La formación matemático-didáctica del profesorado de secundaria

Alicia Ruiz Olarría
Universidad Autónoma de Madrid, España

Tomás Ángel Sierra
Universidad Complutense de Madrid, España

Abstract. The starting point of the research presented is the problematic nature of the mathematics to be taught when training teachers. An experiment carried out in the recently set up Master of Training Secondary School Teachers has enabled us to start measuring the kind of questions that arise in this respect as well as some of the restrictions that appear as difficulties in the development of the process.

Résumé. La recherche que nous présentons concerne la formation des professeurs et, plus particulièrement, la nature problématique des mathématiques à enseigner. Une expérimentation mise en œuvre avec les élèves professeurs dans le cadre du nouveau master de formation des maîtres du secondaire nous a permis de commencer à dégager à la fois les types de questions qui émergent à ce sujet et quelques-unes des contraintes qui limitent le développement de ce processus.

Resumen. La investigación que presentamos toma como punto de partida de la formación del profesorado el carácter problemático de las matemáticas a enseñar. Una experimentación llevada a cabo en el recién implantado máster de formación del profesorado de secundaria nos ha permitido empezar a calibrar el tipo de cuestiones que emergen al respecto y algunas de las restricciones que se alzan como dificultades en el desarrollo del proceso.

Bosch, M., Gascón, J., Ruiz Olarría, A., Artaud, M., Bronner, A., Chevallard, Y., Cirade, G., Ladage, C. & Larguier, M. (Eds.), *Un panorama de la TAD* (pp. 465-483)

III Congreso Internacional sobre la TAD (Sant Hilari Sacalm, 25-29 enero 2010)

Eje 2. *Enseñar matemáticas: la profesión y sus problemas*

CRM Documents, vol. 10, Centre de Recerca Matemàtica, Bellaterra (Barcelona), 2011

1. El oficio de profesor de matemáticas

En esta comunicación presentamos el inicio de un trabajo de investigación sobre la formación matemático-didáctica del profesorado de secundaria que se inscribe en la línea de investigación abierta por la tesis de Gisèle Cirade (2006) (Chevallard, 2005a; Chevallard & Cirade, 2006, 2009). Partimos así del principio según el cual el *oficio* de profesor no constituye todavía una verdadera *profesión* sino que tiene muchos rasgos de lo que el sociólogo estadounidense Amitai Etzioni (1969) denominó una «semiprofesión», entre los que podemos destacar, en primer lugar, el requerir una formación inicial muy breve y «práctica», con poco énfasis en el componente «teórico» y, en segundo lugar, el de desarrollarse bajo una supervisión más administrativa que profesional o científica.

A modo de ejemplo, podemos citar un episodio ocurrido recientemente, en un encuentro organizado por el Comité Español de Matemáticas en la Universidad Complutense de Madrid, centrado en analizar el papel de las prácticas en los actuales másters universitarios en Profesor de ESO y Bachillerato. Durante el encuentro, el profesor Tomás Recio, de la Universidad de Cantabria, planteó una pregunta provocativa que no tuvo respuesta por parte de los asistentes: «¿Es seguro que los futuros profesores de matemáticas necesiten una formación profesional específica para poder realizar el oficio de profesor? ¿Qué argumentos pueden darse a favor de la necesidad de dicha formación?» Es evidente que el mero hecho de poder plantear esta cuestión es, en sí mismo, una prueba de la débil existencia de un cuerpo profesional reconocido socialmente que englobe a los docentes de matemáticas de secundaria. Es muy probable que esta misma cuestión se haya planteado históricamente en el momento que un oficio se ha empezado a desarrollar y ha requerido de una formación profesional específica, sólida y emancipadora, como sería el caso de otras otrora «semiprofesiones» de enfermería, psicología, sociología, periodismo, etc.

En este contexto social, se postula desde la TAD que la profesión de profesor de matemáticas, como *profesión en construcción*, debe dotarse de recursos propios de naturaleza didáctico-matemática, que constituyan la *infraestructura* necesaria para afrontar las dificultades, problemas y retos que surgen continuamente en el ejercicio de la docencia y que, por su complejidad, no puede —ni debe— abordar el o la docente en solitario. Para ello es necesario que el problema de la formación del profesorado se plantee como un aspecto de uno de los «grandes problemas» de la didáctica: el de los vínculos entre el *desarrollo de la ciencia didáctica,* el *desarrollo del sistema de enseñanza* y la *formación* de sus agentes. Es por esto que las deficiencias del sistema de enseñanza no deben ser achacadas únicamente a la responsabilidad del profesor como individuo ni, tampoco, a su nivel de formación.

2. La formación matemático-didáctica del profesorado de secundaria

Puesto que la TAD es uno de los primeros enfoques en considerar como objeto de estudio e investigación todo el proceso que va desde la creación y utilización del saber matemático hasta su *transposición* a las instituciones docentes, la formación del profesorado aparece como una de las partes que lo constituyen. En consecuencia, esta debe analizarse en relación a todo el proceso, de manera sistémica, sin olvidar ninguna de las instituciones que intervienen en el mismo.

Para situar el problema general de la formación del profesorado de educación secundaria en esta perspectiva, tomaremos como punto de partida la hipótesis de la TAD según la cual toda actividad humana puede describirse en términos de praxeologías. Siguiendo el trabajo de G. Cirade (2006), podemos distinguir al menos tres tipos de praxeologías docentes directamente relacionadas con la formación del profesorado de matemáticas: las praxeologías matemáticas *a enseñar* (conocimientos matemáticos que hay que enseñar), las praxeologías matemáticas *para la enseñanza* (conocimientos matemáticos necesarios para enseñar, que no pueden reducirse a las praxeologías *a enseñar*) y las praxeologías *didácticas* (necesarias para concebir, gestionar, analizar y evaluar la manera de realizar dicha enseñana). Entre las praxeologías necesarias para la enseñanza de las matemáticas se encuentran múltiples organizaciones matemáticas (es decir, tipos de tareas matemáticas, técnicas y discursos tecnológico-teóricos) institucionalmente *nuevos*, esto es, ausentes tanto de la enseñanza secundaria como de la universitaria en la que los futuros profesores han recibido su formación matemática previa.

Estas praxeologías contienen, aunque exceden ampliamente, el conjunto de saberes matemáticos que se tienen que enseñar, pero no son reducibles a aquellas organizaciones matemáticas «sabias» que aprenden los futuros profesores en la facultad. El trabajo de G. Cirade (2006) muestra la enorme *problematicidad* que encierran las matemáticas que se enseñan en la educación secundaria y cómo los recursos matemáticos que podrían permitir abordar esta problematicidad están todavía muy alejados de la cultura matemática tanto de los docentes como de un gran número de miembros de la comunidad matemática sabia.

Podemos entonces formular el problema general de la formación matemático-didáctica del profesorado en los términos siguientes:

> ¿Cuál es el equipamiento praxeológico necesario (o por lo menos útil) para que los profesores puedan intervenir de manera efectiva y pertinente en la formación matemática de los estudiantes (de tal o cual etapa educativa) y qué se puede hacer para ayudar a que los profesores dispongan de él?
>
> ¿Cómo se generan las cuestiones que están en el origen de las praxeologías matemáticas a enseñar y de las praxeologías matemáticas para la enseñanza?
>
> ¿Cuáles son los problemas que constituyen la razón de ser de las praxeologías didácticas que forman parte del necesario equipamiento praxeológico del profesor?

El trabajo de investigación que presentamos aquí toma como *punto de partida de la formación* el carácter problemático de las matemáticas *a enseñar.* Se propone entonces basar el proceso de formación del profesorado en el conjunto de cuestiones que explicitan este carácter problemático y permiten responder a las mismas mediante la construcción de *praxeologías matemáticas para la enseñanza*. Esta delimitación inicial en torno a las praxeologías matemáticas para la enseñanza no impedirá que tratemos cuestiones relativas a las *praxeologías matemáticas a enseñar* que constituyen una parte de las praxeologías matemáticas para la enseñanza. Es en este punto donde reaparece el problema del currículum de Secundaria. Tampoco nos evitará abordar problemas relacionadas con el *diseño* y puesta en marcha de las *praxeologías didácticas* que se requieren para llevar a cabo efectivamente la enseñanza en Secundaria.

Ni podremos evitar el problema fundamental de la elaboración, difusión, desarrollo y validación de estas praxeologías didácticas, ni el de las relaciones entre la *investigación* didáctica, la *formación del profesorado* y la propia *profesión docente*.

3. Objetivos, metodología y dificultades previstas del proyecto de investigación

Con el desarrollo y puesta en práctica de nuestra investigación pretendemos un doble objetivo. Por una parte, analizar en qué aspectos las matemáticas son problemáticas para el futuro docente y/o para el profesor en activo y poner de manifiesto que el origen de dicha problematicidad está en la ausencia (en todas las instituciones actuales de formación) de *infraestructuras matemáticas* necesarias para el desempeño de la profesión docente. Por otra parte, nos proponemos estudiar posibles maneras de responder a estas necesidades en el ámbito de la formación inicial y continua del profesorado, mediante la producción y difusión de «herramientas matemáticas de uso didáctico», dentro de lo que G. Cirade (2006) denomina «elaboraciones transpositivas intermedias».

Para llevar a cabo la investigación que aquí presentamos, se realizará una síntesis de las aportaciones previas al problema abordado (en particular el trabajo de G. Cirade (2006)) y una evaluación y descripción precisa de los avances realizados y de los problemas abiertos. Se detallarán las dificultades de origen matemático que plantean los profesores mediante una experimentación sistemática del dispositivo de las «preguntas de la semana» introducido por Yves Chevallard en el ámbito de la formación del profesorado (Chevallard, 2005a, 2007; Cirade, 2006; Bosch & Gascón, 2010). En nuestro caso, tomaremos como base empírica algunas de las instituciones en las que se impartirá el máster universitario en «Profesor de ESO y Bachillerato» y en las que participan investigadores en didáctica que trabajan en el ámbito de la TAD.

Durante el proceso de formación, se propone estudiar con el grupo de alumnos-profesores algunos de los *tipos de cuestiones* que pueden aparecer durante un trabajo cooperativo de *elaboración inicial* de «praxeologías matemáticas para la enseñanza». Debido a la novedad y complejidad de la tarea, prevemos experimentar, modificar y completar progresivamente dichas praxeologías en sucesivos cursos de formación inicial del profesorado, en el ámbito institucional del máster citado.

Entre las dificultades que hemos previsto que se nos pueden presentar, podemos mencionar las siguientes. En primer lugar, aparece el problema de cómo encajar el dispositivo de las «preguntas de la semana» en el proceso de formación actual que se establece a través de un máster con pautas pedagógicas y matemáticas muy marcadas. Prevemos que la dificultad se acrecentará enormemente si pretendemos que dicho dispositivo se generalice más allá de las situaciones de experimentación. En segundo lugar, surge la dificultad de organizar una formación basada en el estudio conjunto de estas cuestiones, mediante «recorridos de estudio e investigación» con un carácter abierto y donde el profesor actúa de director de estudio. Aparte de la tesis doctoral de Tomás Sierra (2006) y los materiales de formación del IUFM de Aix-Marsella, es muy poca la experiencia en este ámbito. Finalmente, aparece el problema de la *infraestructura matemática* a elaborar y su relación con los «modelos epistemológicos de referencia» (en adelante, MER). En efecto, estos MER no están siempre disponibles, suponen a veces un verdadero trabajo de creación matemática y plantean además un problema de legitimidad en la medida en que son elaborados por una institución poco dominante como es la investigación en didáctica de las matemáticas. La recepción por parte de los profesores de las producciones obtenidas en este ámbito de investigación es un verdadero problema que no se podrá obviar. Y, sobre todo, una de las mayores dificultades que encontraremos en nuestra investigación, en el momento que pretendamos que incida sobre la forma y el contenido de la formación del profesorado, tiene relación con lo que Y. Chevallard (2011) denomina el «silencio de la infraestructura»:

> […] je soulignerai surtout qu'il existe une forte propension, chez les personnes et dans les institutions, *à «oublier» l'infrastructure comme problème*, tout en l'exploitant de façon routinière comme moyen. Ce qui domine en ce cas est ce qu'on peut appeler le « silence de l'infrastructure ».
>
> De même qu'on a pu dire (à peu près) que la santé du corps, c'est le silence des organes (René Leriche), de même on peut dire que la santé

> praxéologique d'une personne ou d'une institution, c'est (d'abord) le silence de l'infrastructure: la santé, c'est quand l'infrastructure se fait oublier […].

4. Una primera experimentación en el máster de la Universidad Complutense de Madrid

En el curso 2009-2010, la Universidad Complutense de Madrid ha iniciado la formación del profesorado de secundaria con un máster que ha sustituido a los cursos de formación del antiguo «Certificado de aptitud pedagógica». La especialidad de Matemáticas se compone de un módulo genérico de 12 créditos, un módulo específico de 30 créditos organizado en cuatro asignaturas y un módulo práctico de 18 créditos. Dentro de esta especialidad, la asignatura «Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas» del módulo específico se estructura en los cinco bloques siguientes:

Fundamentos de didáctica de las matemáticas,
Didáctica de los números decimales y de la medida de magnitudes,
Didáctica de la aritmética, el álgebra y la geometría,
Didáctica de la trigonometría y el análisis,
Didáctica de la probabilidad y estadística.

Aprovechando que uno de los autores de esta comunicación es profesor del bloque de «Didáctica de la aritmética, el álgebra y la geometría», hemos puesto en marcha una primera experimentación durante el mes de noviembre de 2009. Para ello, hemos propuesto un programa de formación matemático-didáctica para profesores en términos de «cuestiones a estudiar». Uno de los objetivos del curso se ha orientado a la elaboración dentro de la comunidad de estudio, de la que el profesor también forma parte, de respuestas a algunas de estas cuestiones que pueden considerarse como «cruciales» o «umbilicales» de la problemática matemático-didáctica del profesorado. No hay que olvidar que las respuestas serán parciales y las propias cuestiones umbilicales también deben ser *construidas* puesto que solo parcialmente están dadas de antemano.

Esta estructura responde a la convicción de que cualquier proceso de formación toma sentido a partir del estudio de un conjunto de *cuestiones problemáticas* a las que se necesita que los estudiantes (en este caso, profesores en formación) puedan dar respuesta. Postulamos que la dialéctica entre el planteamiento de *cuestiones problemáticas* y la *construcción de respuestas* constituye el fundamento de todo proceso de formación, aun en el caso en que los estudiantes, personalmente, no tengan la intención explícita de responder a dichas cuestiones e, incluso, cuando la institución responsable de la formación haya llegado a «olvidarlas».

Desafortunadamente, esta dialéctica está en gran medida ausente en la enseñanza escolar de las disciplinas tradicionales y, en particular, en la enseñanza de las matemáticas. Y. Chevallard (2005b) ha analizado el fenómeno del *olvido escolar de las cuestiones* y la consiguiente *veneración de las respuestas* que conlleva la presentación de obras inmotivadas como si se tratase de «monumentos» históricos sin ningún otro sentido ni función. En contraposición a ese *monumentalismo* imperante, hemos basado la formación matemático-didáctica del profesorado en el estudio de las cuestiones problemáticas que surgen no tanto como necesidades *personales* de los futuros profesores, sino como necesidades que, por ser inherentes al sistema de enseñanza, son propias de la *profesión de profesor de matemáticas*.

4.1. Organización del proceso de formación matemático-didáctica para profesores

Durante el curso, se pretende que los alumnos estudien dos organizaciones matemático-didácticas (en adelante OMD) que deberían surgir como respuestas a sendas cuestiones generatrices. Esto es, para cada OMD, se partiría de diversas cuestiones iniciales que constituyen la razón de ser de dicha OMD y a las que los alumnos en formación tendrían que buscar respuestas. Asimismo, deberían diseñar una «Actividad de estudio y de investigación» (en adelante, AEI) para poder ser desarrollada en un aula de Secundaria. Dicha AEI se generará a partir de una problemática inicial o *cuestión generatriz* que constituirá su razón de ser. Finalmente, los alumnos tendrán que realizar una *memoria* relativa a cada una de las OMD surgidas de las respectivas cuestiones generatrices.

Al principio del curso los 36 estudiantes se ordenaron en siete grupos de trabajo de modo que cada uno de los grupos se responsabilizaba de realizar las tareas arriba señaladas además de la de formular, cada semana, una pregunta relativa a cualquiera de los temas del curso.

Dichas preguntas ha sido recogidas cada semana, tratadas y comentadas en clase con el fin de hacerlas más comprensibles y de buscar elementos de respuesta (ver anexo).

Las dos cuestiones iniciales que se plantearon fueron las siguientes:

> **Q_{P1}** ¿Cómo se realiza el paso de la aritmética al álgebra en la ESO? ¿Qué papel pueden jugar los «programas de cálculo aritmético», esto es, la tematización de las cadenas de operaciones aritméticas que se realizan habitualmente (por ejemplo para calcular un área o un porcentaje) pero que no se toman nunca como objetos de estudio en sí mismos? ¿Cómo pueden relacionarse los «problemas aritméticos» resolubles mediante una cadena de operaciones aritméticas (esto es, mediante un programa de cálculo aritmético) y los «problemas de planteo algebraico» (o *word problems*)? ¿Qué papel puede jugar el clásico «patrón de análisis-síntesis» como técnica de resolución de los problemas aritméticos?
>
> **Q_{P2}** ¿Cómo determinar y construir figuras geométricas y cómo influye el cambio de forma, tamaño y posición? ¿Qué lugar debe ocupar la problemática de la determinación y construcción de figuras geométricas? ¿Qué se supone que es una «figura geométrica» en la Enseñanza secundaria? ¿Por qué no se estudian nunca los cambios de forma de las figuras? ¿Cómo podríamos estudiar los cambios de posición y tamaño de las figuras sin olvidar los cambios de forma? ¿Qué alternativas pueden proponerse a las clasificaciones escolares tradicionales de los cuadriláteros convexos?

Para que los alumnos busquen respuestas, el profesor les proporciona referencias donde pueden encontrar elementos para su elaboración. Aquí surge la cuestión de cómo y con qué criterios elaborar estas referencias, cuestión que no abordaremos en este artículo. Se espera que los alumnos, fuera del horario lectivo, y trabajando individualmente o en grupo, empiecen a buscar respuestas o elementos de respuesta a las cuestiones Q_{Pi} antes de su discusión en clase. Las «respuestas» se pueden encontrar en cualquiera de los «media» que la cultura pone a disposición de los alumnos (artículos, libros, sitios de Internet, conferencias, etc.) y que no siempre responden exactamente a Q_P, por lo que los alumnos, trabajando en grupo, han tenido que adaptarlas adecuadamente. En la segunda sesión y dentro de cada grupo se discuten los resultados alcanzados para, así, poder ofrecer al resto de la comunidad de estudio una propuesta integrada. En la tercera sesión y bajo la coordinación del profesor, es el momento de empezar el diseño de una AEI para poder ser implementada en el aula con los alumnos de Secundaria. En la cuarta sesión en cada grupo se redacta el texto, definitivo por el momento, con las respuestas elaboradas, que se pondrán en común con el fin de provocar un debate y tratar de consensuar una respuesta del gran grupo a la cuestión generatriz Q_{P1}. El profesor ha moderado los debates y, como miembro de la comunidad de estudio, ha aportado también sus respuestas. Esta cuarta sesión se finaliza con la «pregunta de la semana», a cargo de cada grupo. Al inicio de la primera sesión de la semana siguiente, el profesor empleará un tiempo en tratar de dar las respuestas.

4.2. Estructura y dinámica de las sesiones presenciales

El desarrollo del curso a lo largo de las cuatro semanas, en sesiones de una hora y media, ha sido el siguiente:

Sesión 1: Presentación del curso y de la cuestión generatriz Q_{P1}. Entrega de materiales asociados a Q_{P1}.

Sesiones 2 y 3: Trabajo en grupos sobre Q_{P1} y sobre el diseño de la AEI, coordinados por el profesor.

Sesión 4: Primera puesta en común de posibles respuestas a Q_{P1} con aportaciones del profesor. Recogida de las preguntas de la semana de cada grupo (PSG) por escrito.

Sesiones 5 y 6: El profesor presenta algunos elementos de respuesta a Q_{P1}. Trabajo en grupos sobre Q_{P1} y sobre el diseño de la AEI, coordinados por el profesor

Sesión 6: Elaboración conjunta de una respuesta propia a Q_{P1}. Recogida de las PSG.

Sesión 7: El profesor presenta algunos elementos de respuesta a las preguntas de la semana y presenta la cuestión generatriz Q_{P2}. También entrega materiales asociados a Q_{P2}.

Sesiones 8 y 9: Trabajo en grupos sobre Q_{P2} y sobre el diseño de la AEI, coordinados por el profesor.

Sesión 10: Primera puesta en común de posibles respuestas a Q_{P2} con aportaciones del profesor y recogida de las PSG.

Sesión 11: El profesor presenta algunos elementos de respuesta a las preguntas de la semana y plantea nuevas cuestiones que ayudan a resolver Q_{P2}.

Sesiones 12 y 13: Trabajo en grupos sobre Q_{P2} y sobre el diseño de la AEI, coordinados por el profesor.

Sesión 14: Elaboración conjunta de una respuesta propia a Q_{P1}. Recogida de las PSG.

Sesión 15: El profesor presenta algunos elementos de respuesta a las preguntas de la semana y cierra el tema asociado a la Q_{P2}. Cierre del curso.

4.3. Dispositivos de evaluación

La evaluación se ha llevado a cabo del siguiente modo:

a) Asistencia al curso de modo habitual (no menos de un 85% del total de clases): 15%

b) Memoria del grupo por escrito, donde presentarán una síntesis de las respuestas elaboradas por la comunidad de estudio a las cuestiones Q_P planteadas: 50%

c) las preguntas de la semana dan lugar a una calificación global del grupo en función de la calidad y la pertinencia de las preguntas formuladas. La calidad, la riqueza y la relevancia de las cuestiones formuladas por cada grupo de estudiantes es un indicador de la calidad del aprendizaje del grupo: 10%

d) Prueba escrita que los estudiantes deberán realizar individualmente respondiendo a cuestiones que hagan referencia a la problemática estudiada a lo largo del curso: 25%

En el momento de presentar esta comunicación, todavía no disponemos de elementos suficientes para el análisis del desarrollo del curso.

5. Algunas conclusiones sobre la puesta en práctica de una formación de profesores

En la experiencia realizada se han propuesto varios dispositivos de formación del profesorado que se han desarrollado a partir de un proceso de estudio generado por varias cuestiones «umbilicales» para la formación de profesorado de Secundaria. Hemos partido del postulado que toda formación debe organizarse en torno al estudio de un conjunto de cuestiones problemáticas (que constituyen el corazón del proceso de estudio) y de la consiguiente dialéctica entre cuestiones y respuestas tentativas. Para llevar a cabo dichos dispositivos didácticos como los de la búsqueda de elementos de respuesta a las Q_{P1} y Q_{P2} y a las preguntas de la semana, los estudiantes no han dispuesto de un tiempo suficiente previsto en el curso para el trabajo en pequeños grupos. Ello ha originado que la mayor parte de las veces las posibles respuestas hayan sido aportadas por el profesor. Del mismo modo, debido a esta falta de infraestructura de trabajo en pequeños grupos, ha sido a menudo el mismo profesor quien ha debido proporcionar a los estudiantes una posible AEI, ya construida, para su análisis. El breve tiempo dedicado al trabajo en grupo ha sido dedicado fundamentalmente al análisis de las organizaciones didácticas de los textos escolares o de las elaboradas por la investigación didáctica.

Hemos realizado una encuesta a los estudiantes, una vez terminado el período lectivo del bloque de «Didáctica de la aritmética, el álgebra y la geometría», para valorar la calidad de la formación. En resumen, podemos decir que la mitad de los estudiantes han resaltado como positivo el haber tenido la posibilidad para trabajar en equipo y del mismo modo un 50% han señalado que es necesario adecuar el temario al tiempo para desarrollarlo y respetar las horas para el trabajo de los alumnos. En cuanto al dispositivo de las preguntas de la semana, los estudiantes lo han considerado positivo pero han echado en falta el tiempo necesario para construir una respuesta colectiva. Por lo tanto creemos que será necesario en el futuro tener más en cuenta la infraestructura necesaria para un desarrollo adecuado del trabajo que los estudiantes deben realizar tanto individualmente como en grupo.

En definitiva, la formación del profesor de Secundaria desvela una problemática docente que requiere de manera imperiosa no solo importantes esfuerzos de investigación en didáctica de las matemáticas, sino también que la propia *profesión* de profesor de Secundaria la tome en consideración y contribuya a hacerla evolucionar.

Para acabar, aunque en esta experimentación no hemos abordado explícitamente la importante problemática del papel que deberían jugar las *prácticas docentes* en la citada formación, propugnamos que estas deben constituir, en cierta forma, un ámbito privilegiado de la formación puesto que es en dicho ámbito en el que tomarán cuerpo las cuestiones docentes y en el que el profesor en formación debe ensayar las respuestas tentativas. Nuestra propuesta pretende superar la concepción «aplicacionista» de las prácticas (según la cual los profesores aprenderían en la clase de «teoría» y «aplicarían» sus conocimientos en las prácticas) fundamentando toda la formación en la dialéctica entre cuestiones (que surgen esencialmente en relación a la práctica docente) y elementos de respuesta que los profesores han de poder construir con las herramientas que se les proporciona (Gascón 2001).

Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco del proyecto EDU2008/02750EDUC del Ministerio de Ciencia e Innovación de España.

Referencias

Bosch, M. & Gascón, J. (2009). Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de Secundaria. En M. J. González & J. Murillo (Eds.) *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 89-113). Santander: SEIEM.

Chevallard, Y. (2005a). Didactique et formation des enseignants. En B. David (Ed.), *Impulsions 4* (pp. 215-231). Lyon, Francia: INRP. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=63

Chevallard, Y. (2005b). La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire: transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire. En C. Ducourtioux & P.-L. Hennequin (Eds.), *La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire* (pp. 239-263). París: APMEP & Animath.

Chevallard, Y. (2007). *Journal du séminaire de formation de formateurs 2006-2007*. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=92

Chevallard, Y. (2011). La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD. En C. Margolinas et al. (Coord.), *En amont et en aval des ingénieries didactiques*. XV[e] École d'été de didactique des mathématiques (pp. 81-198). Grenoble, Francia: La Pensée sauvage.

Chevallard, Y. & Cirade, G. (2006). Organisation et techniques de formation des enseignants de mathématiques. En C.-M. Chiocca & I. Laurençot (Eds.), *De l'intégration des technologies aux dispositifs de formation de futurs enseignants*. Toulouse, Francia: ENFA & IUFM Midi-Pyrénées.

Chevallard, Y. & Cirade, G. (2009). Pour une formation professionnelle d'université : éléments d'une problématique de rupture. *Recherche et formation pour les professions de l'éducation, 60*, 51-62.

Cirade, G. (2006). *Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel* (Tesis doctoral). Université de Provence, Francia. http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00120709/fr/

Etzioni, A. (1969). *The semi-professions and their organization: teachers, nurses, social workers*. Nueva York: Free Press.

Gascón, J. (2001). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. *Relime, 4*(2), 129-159.

Sierra, T. (2006). *Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas. Los sistemas de numeración y la medida de magnitudes continuas.* Madrid: Colección digital de tesis de la Universidad Complutense de Madrid. http://www.ucm.es/BUCM/2009.htm

ANEXO: Preguntas de la semana (2-8 de noviembre de 2009)

Semana 1 (2-8 de noviembre de 2009)

Grupo A. ¿Existe algún método parecido al de Al-Khwarizmi para resolver ecuaciones de segundo grado cuando el término independiente es negativo (es decir, $x^2 + ax = -b$ con b entero positivo)?

Grupo B. ¿Con qué obstáculos epistemológicos pueden encontrarse los alumnos de secundaria en el aprendizaje del álgebra?

Grupo C. ¿Cómo elaborar un entorno tecnológico-teórico para la justificación de una técnica general para las ecuaciones de grado mayor que 3? ¿Todo problema algebraico es resoluble aritméticamente?

Grupo D. Parece que el álgebra se presenta como una herramienta que viene a sustituir a la aritmética. A los estudiantes se les obliga a usar el álgebra, como si la aritmética ya no «valiera para nada», mientras que los problemas que se plantean se pueden resolver perfectamente en la mayoría de los casos aritméticamente. ¿Por qué tiene que desterrar el álgebra a la aritmética? ¿Podría enseñarse el álgebra de forma que conviva y/o se complemente con la aritmética?

Grupo E. En el aula, a menudo se identifica el álgebra con una serie de propiedades que cumplen las expresiones y ecuaciones algebraicas. Es posible por tanto, que un alumno pueda realizar perfectamente los ejercicios de evaluación que se le plantean (puesto que conoce las propiedades y las aplica correctamente), y sin embargo no saber en realidad lo que está haciendo. ¿Cómo poder comprobar que el aprendizaje está siendo significativo?

Grupo F. Teniendo en cuenta la necesidad de abstraerse intrínseca en el álgebra, nuestra pregunta viene relacionada con este proceso: ¿cuál sería el proceso más conveniente para enseñar a los alumnos a abstraerse? ¿Cuáles son los obstáculos que se encuentran los alumnos en este proceso? ¿Cuál es el entorno tecnológico-teórico que se genera en este proceso?

Grupo G. En las distintas clases que hemos recibido, se plantea como nefasto el método de la clase magistral (cosa con la que estoy de acuerdo). En contraposición, se postula el método del descubrimiento para presentar los distintos saberes, el problema que yo veo es que cuando un conocimiento es simple, es «fácil» buscar situaciones adecuadas, pero ¿cuál es el juego adecuado para introducir la lista de derivadas, por ejemplo, existe una edad a la que todo esto deje de funcionar bien por el desarrollo mental del alumno u otras causas? ¿Qué parámetros deben manejarse a la hora de dar una clase de una forma u otra, edad de los alumnos, gusto por la materia, quizás aspectos sociales? ¿No sería mejor buscar un término medio entre ambos métodos?

Semana 2 (9-15 de noviembre de 2009)

Grupo A. ¿Qué tipo de aplicaciones informáticas pueden ser buenas en la enseñanza del álgebra y/o la aritmética?

Grupo B. Durante las últimas clases se ha planteado el problema de cómo acercar a los chavales al álgebra de una forma más natural y necesaria. Aparte del problema planteado en clase, donde se veía la necesidad de las letras, ¿existe una colección de problemas que se hayan estudiado que son útiles para introducir el álgebra de una forma necesaria y significativa? Si no les propusiéramos nosotros los problemas, ¿existiría alguna situación en la que los alumnos pudiesen descubrir el álgebra o su necesidad por ellos mismos?

Grupo C. ¿A qué nivel (en cuanto a importancia) influyen los obstáculos de la enseñanza aritmética sobre la enseñanza algebraica? ¿Qué similitudes pedagógicas presentan la enseñanza del álgebra con la enseñanza de la aritmética?

Grupo D. En nuestro grupo hemos estado reflexionando sobre el aprendizaje significativo y, retornando al pasado, hemos caído en la cuenta de que en ocasiones no interiorizábamos los contenidos instantáneamente y necesitábamos semanas, meses e incluso años para llegar a comprenderlo al completo. ¿En qué temas de matemáticas no se puede dar un aprendizaje significativo instantáneo? ¿Tiene esto que ver con la recomendación de introducir el álgebra en 2º de ESO? ¿Existe algún estudio que confirme la existencia de dichas dificultades?

Grupo E. En algunas de las asignaturas se nos anima a utilizar el origen histórico de los contenidos (cómo surgieron) para contextualizarlos y así introducirlos de manera más sencilla en el aula. En el caso del álgebra, ¿sería esta una buena manera de introducir el tema? ¿Conocer la historia

del origen del álgebra les ayudaría a comprenderla mejor? ¿Qué aspectos concretos del origen del álgebra podrían resultar motivadores para los alumnos?
Grupo F. ¿Cómo se puede fomentar que el alumno plantee él mismo un problema del cual se pueda extraer una técnica algebraica?
Grupo G. ¿Qué obstáculos epistemológicos supone la regla de tres al introducir otros conceptos matemáticos como el área o el volumen?

Semana 3 (16-22 de noviembre de 2009)

Grupo A. Al algebrizar los ejercicios, nos hemos dado cuenta de que lo que ocurre es que se complican los enunciados y la forma de resolverlos. ¿Esto no puede causar mayores dificultades a los alumnos a la hora de enfrentarse a los problemas? ¿No puede causarles bloqueos el hecho de que solo puedan enfrentarse de una única forma a un problema?
Grupo B. ¿Qué métodos de enseñanza del álgebra (y su relación con la aritmética) se realizan en los países de nuestro entorno? ¿Es similar al español? El motivo de investigación de estos nuevos métodos, ¿se debe de alguna manera al nivel de fracaso escolar? Si son usadas por otros países y con anterioridad, ¿se tiene información acerca de su éxito?
Grupo C. ¿Los obstáculos que genera el aprendizaje de la aritmética, a la hora de aprender álgebra, se incrementan o se reducen en función de la edad de los alumnos? ¿Se superarían con mayor facilidad si lo enseñamos antes o después en el currículum escolar? ¿O incluso si le dedicamos mucho más tiempo a lo largo de un curso concreto, por muy pronto que sea?
Grupo D. En la realización de los ejercicios de magia con números, en nuestro grupo surgieron distintas opiniones. Algunos de nosotros pensábamos que el alumno, en algún momento, introduciría un símbolo para representar a todos los números, mientras que otros creíamos que nunca lo haría. ¿Realmente se le ocurre a un niño introducir una letra que represente a todos los números? ¿Cómo actuamos en caso de que no ocurra esto? ¿Cómo le conducimos a ello sin decírselo literalmente?
Grupo E. Estudiamos el álgebra como instrumento de modelización, como método para introducirla en los primeros cursos de secundaria. Pero ¿se trata de un planteamiento válido para desarrollar el álgebra en su

totalidad o en algún momento debe darse un salto cualitativo para poder seguir avanzando en esta parte de las matemáticas? Si resulta válido, parece que el grado de dificultad pasa a ser un problema de modelización más que de otro tipo; entonces, ¿cómo plantear una secuencia vertical a lo largo de los 4 cursos de secundaria? ¿Consistiría en aumentar progresivamente la dificultad de los sistemas a modelizar?

Grupo F. ¿Cómo se ha llegado al modelo de los programas de cálculo aritméticos? Nos gustaría entender la evolución que se ha producido hasta llegar a este modelo, qué tipo de trabajos, estudios y métodos de investigación se han realizado. También, cuáles han sido los modelos o teorías precursoras y si se apoya o difiere mucho con otros modelos/teorías.

Grupo G. Nos ha sorprendido un comentario que aparece en el libro *Estudiar matemáticas* que dice que «para el estudio de una obra matemática concreta y un grupo de alumnos determinado, lo más habitual es que no se conozca ninguna situación que permita hacer avanzar de manera óptima a los alumnos en el estudio de la obra considerada, lo cual significaría que el problema didáctico planteado no tiene una solución conocida». Entonces, salvo algunas obras concretas, en la mayoría de las obras matemáticas de estudio el profesor no va a ser capaz de crear un «laboratorio» para que los alumnos puedan avanzar en el estudio de la obra. La pregunta es: ¿Está de acuerdo con estas afirmaciones? ¿Tan difícil es crear una situación adaptada a cada obra matemática de estudio?

Semana 4 (23-30 de noviembre de 2009)

Grupo A. Hay profesores que piensan que los alumnos no saben geometría porque todos los años se empieza el temario con el mismo orden: números naturales, enteros, divisibilidad, etc., y después no da tiempo para trabajar la geometría. ¿Sería una buena medida cambiar este orden y empezar algún año con geometría?

Grupo B. Sabemos que la distinción entre los campos «espacio» y «geometría» no está clara, y que es objeto de estudio clarificar las relaciones de ambos campos. ¿Qué dificultades encuentran los alumnos de ESO en las tareas relativas a la geometría y el espacio? ¿Qué relación existe entre los conocimientos necesarios para la resolución de problemas espaciales y geométricos?

Grupo C. Las matemáticas escolares son muy distintas de las «matemáticas reales». ¿No sería mejor intentar cambiar las matemáticas escolares, lo cual implicaría un cambio en la manera de enseñar? En base a esto: ¿A partir de qué edad podemos suponer que los alumnos tienen suficiente destreza manual como para utilizar la papiroflexia como técnica de aprendizaje de la geometría? Los objetivos de las matemáticas escolares son muy difíciles de conseguir con los métodos que plantea la didáctica de las matemáticas. ¿Quizás habría que cambiar los objetivos para poder enseñar los contenidos mejor y de manera más significativa?
Grupo D. Hemos visto que el trabajo con materiales y manualidades es muy útil en geometría. Pero, ¿no sería también muy necesario fomentar la capacidad de abstracción de los alumnos?
Grupo E. Hemos estado viendo en clase las ventajas de introducir los conceptos a través de buenas cuestiones. Coincidimos en que esta manera de introducir el álgebra es bastante positiva para el aprendizaje de los alumnos, pero nos surgen algunas dudas sobre su aplicación en el instituto. ¿Cuántos docentes hay que conozcan esta teoría? ¿Se está formando a los profesores sobre estos métodos? ¿Hay experiencias de clases que desarrollen la mayor parte de su currículo a través de este método? ¿Sería necesaria una mayor infraestructura o apoyo por parte de los centros para su aplicación?
Grupo F. ¿Cómo guiar al alumno para que al iniciar un proceso de modelización en el álgebra no se utilice la aritmética generalizada?