Didáctica de las matemáticas y formación de maestros: respuestas y desafíos (desde la TAD)

Luisa Ruiz Higueras y Francisco Javier García García
Área de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Jaén, España

Las teorías son redes. Quien las lance pescará.
Novalis

Abstract. In this paper, we first outline the main objectives pursued by the teachers' training at the beginning of the 21st century. A panoramic view of the current situation of teachers' training in Spain is then presented, followed by some recent investigations carried out in the epistemological programme of research in the didactic of mathematics. Finally, a reference model of the teachers' training processes is elaborated within the ATD framework, which is used to *deconstruct* a teachers' training proposal at the University of Jaén.

Résumé. Dans ce travail nous décrivons brièvement quels sont les objectifs poursuivis par la formation des professeurs de mathématiques en ce seuil du XXI[e] siècle. Nous présentons ensuite un panorama de la situation actuelle de la formation des professeurs en Espagne, avant d'aborder plusieurs travaux menés récemment dans le programme épistémologique de recherche en didactique des mathématiques. Enfin, nous élaborons un modèle de référence des processus de formation dans le cadre de la TAD qui nous permet d'effectuer une *déconstruction* d'une proposition de formation initiale de professeurs à l'université de Jaén.

Resumen. En este trabajo describimos brevemente los objetivos generales que persigue la formación de profesores de matemáticas y presentamos una panorámica de la situación actual de la formación de profesores en España, antes de abordar algunos trabajos que se han llevado a cabo recientemente en el programa epistemológico de investigación en didáctica de las matemáticas. Finalmente elaboramos un modelo de referencia de los procesos de formación a partir del cual efectuamos una *deconstrucción* de una propuesta de formación inicial del profesorado en la universidad de Jaén.

Bronner, A., Larguier, M., Artaud, M., Bosch, M., Chevallard, Y., Cirade, G. & Ladage, C. (Éds)
Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action (pp. 171-213)
II[e] congrès international sur la TAD (Uzès, 31 oct.-3 nov. 2007)

1. Introducción

El trabajo que presentamos se enmarca en el panel *Enseñar Matemáticas: la profesión y sus problemas*. Se trata de un dominio excesivamente amplio y complejo, por ello, lo vamos a abordar en torno a cuatro aspectos principales. En primer lugar, trataremos de describir brevemente cuáles son los objetivos que persigue la formación de maestros de matemáticas en este umbral del siglo XXI en el que nos encontramos. En segundo lugar, presentaremos una panorámica de la situación actual de la formación de maestros en España. En tercer lugar, abordaremos varios trabajos que recientemente se han llevado a cabo en el programa epistemológico de investigación en didáctica de las matemáticas. Y, por último, bajo el marco de la TAD, describiremos un modelo de referencia de los procesos de formación y lo utilizaremos para realizar una *deconstrucción* de una propuesta de formación inicial de maestros.

Nuestra exposición estará atravesada por un cuestionamiento apoyado sobre dos ejes fundamentales: ¿de qué respuestas disponemos? y ¿ante qué desafíos nos encontramos? Así, presentaremos respuestas significativas que, desde diferentes niveles e instituciones, se están ofreciendo al problema de la formación de maestros en didáctica de las matemáticas y los desafíos que aún persisten. Entendemos estos desafíos como una fuerte provocación para el área de didáctica de las matemáticas, lo que implica el posterior compromiso para abordar, desde la investigación, los problemas identificados y tratar de ofrecer soluciones científicas, producto de resultados de investigación, muy lejos de toda espontaneidad.

2. La formación de maestros en didáctica de las matemáticas en el umbral del siglo XXI: una visión panorámica.

En la Unión Europea estamos, en la actualidad, inmersos en el complejo Espacio europeo de educación superior (EEES), lo que ha determinado que todos los estados miembros se encuentren ante la difícil tarea de abordar proyectos de reforma de la educación superior siguiendo las directrices del *Proyecto ECTS de Bolonia* [1].

1. Los ministerios de educación de todos los estados miembros de la Unión Europea firmaron la *Declaración de Bolonia* (1999) por la que se comprometían a construir un desarrollo armónico de la educación superior antes del año 2010.
Véase http://www.crue.org/espaeuro_docs.htm.

En los documentos de la *Estrategia de Lisboa*[2] se demanda abordar, antes del año 2010, la optimización de la eficacia de los sistemas de educación y de formación de profesorado en toda la UE: "la formación inicial y continua de los profesores y formadores debe mejorar notablemente, para que sus conocimientos y su cualificación respondan a las demandas de la sociedad y estén adaptadas a las necesidades de los grupos a los que se dirigen. […] Es preciso reformular los indicadores de calidad que definan la profesión de Maestro/a en relación con las 'matemáticas a enseñar'."

Ante este reto, desde diversas instituciones vinculadas estrechamente a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, se ha reivindicado la necesidad de una formación sólida y renovada para los profesores de matemáticas de todos los niveles educativos, en especial para los más básicos, es decir, para los maestros/as de enseñanza elemental.

En una primera aproximación, el problema ante el que nos encontramos en el EEES en relación con la formación de maestros lo podemos formular, de manera general, como sigue: ¿Cómo formar maestros y profesores de matemáticas altamente competentes para insertarse en los sistemas educativos europeos de forma óptima?

Organismos tales como el Ministerio de Educación y Ciencia (MEC) español –a través del Libro Blanco de la Titulación de Maestro–, el *Haut Conseil de l'éducation* de Francia, la Real Sociedad Matemática Española (RSME), el Instituto Superior de Técnicas Educativas (ITE) del MEC, la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), la *Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public* (APMEP) de Francia, la Comisión Internacional para la Instrucción Matemática (ICMI), entre otros muchos, han realizado estudios y elaborado documentos donde se exponen las líneas generales que deben configurar la formación del profesorado de matemáticas.

Las aportaciones de las instituciones nacionales e internacionales mencionadas anteriormente, son de gran significación, dada su relevante posición en la "noosfera" de los sistemas de enseñanza de las matemáticas; por ello, con objeto de tomar el pulso al debate en torno a la formación del profesorado, cabe destacar algunas de sus aportaciones:

2. Se denomina *Estrategia de Lisboa* a la serie de acuerdos tomados en el Consejo Europeo Extraordinario celebrado en Lisboa (2000) por los jefes de estado y de gobierno de la U.E. Véase http://europa.eu/scadplus/leg/es/s19004.htm.

"Al fin de su formación, el maestro debe: – Tener un dominio razonable de los saberes matemáticos de la escuela elemental para analizar con perspectiva y amplitud suficiente los conocimientos que figuran en los programas. – … – Saber gestionar y conducir la enseñanza de los conocimientos matemáticos en toda la clase y eventualmente a diferentes niveles. – … – Analizar, seleccionar, adaptar o concebir situaciones de introducción y de construcción, de entrenamiento, de refuerzo, de aplicación, de evaluación. – …"	Libro Blanco de la Titulación de Maestro (MEC, 2005, 101)[3]
« Objectif 3 : Former … Professeurs de mathématiques des lycées et collèges, ils dominent suffisamment leur discipline pour en assurer un enseignement rigoureux, vivant et évolutif, ouvert sur les applications. »	Socle commun des connaissances et de compétences et objectifs généraux de l'enseignement des mathématiques[4] (2006)
"El profesor de matemáticas podría llegar a convertirse antes en un diseñador de situaciones "variadas" de aprendizaje que en un mero trasmisor de conocimientos matemáticos (a causa de la heterogeneidad de capacidades y circunstancias de sus alumnos)."	Real Sociedad Matemática Española (Crespo et al., 2002, 11)
"El profesor debe: – tener competencias variadas: numéricas, en cálculo, en la comprensión del espacio, la medida, organización de la información, etc. – dominar de la organización curricular y la planificación de los contenidos matemáticos para su enseñanza. – tener capacidad de gestión del contenido matemático en el aula."	Documento de Alcalá de Henares (Chamorro et al., 2005, 5)

3. Libro Blanco de la Titulación de Maestro Competencias del Maestro de Ed. Primaria, MEC (2005).
Véase http://www.aneca.es/activin/docs/libroblanco_jun05_magisterio1.pdf.
4. Socle commun des connaissances et de compétences et objectifs généraux de l'enseignement des mathématiques. SMF, Femmes et Maths, l'APMEP, la SFDS et la SMAI le 4 avril 2006.
Véase http://smf.emath.fr/VieSociete/PositionsSMF/Soclefinalavril2006.html.

« Tous les pays ont à relever le défi de créer et de maintenir une force d'enseignement de haute qualité formée de professionnels capables : – d'enseigner efficacement les mathématiques, – d'aider les jeunes pour qu'ils deviennent des adultes épanouis et des citoyens qui participent au développement et au progrès de la société. »	XV^{e} étude ICMI : la formation initiale et continue des professeurs de mathématiques (2008)

Tabla 1. Posición de la "noosfera" respecto a la formación del profesorado.

En general, las competencias más significativas que son compartidas, con bastante índice de coincidencia, por las anteriores instituciones y que determinan el perfil del maestro/a de matemáticas son las siguientes:
– tener un dominio razonable de los saberes matemáticos de la escuela elemental para analizar con perspectiva y amplitud suficiente los conocimientos que figuran en los programas;
– conocer los elementos de epistemología de las matemáticas: reflexión sobre la práctica didáctica, sobre la historia de las matemáticas, sobre la especificidad de esta materia;
– identificar la función de las matemáticas en la formación escolar, social y personal del alumno; en particular, identificar el lugar de las matemáticas en relación con otras disciplinas, con otros dominios de saber y su utilidad práctica;
– identificar los saberes y conocimientos de matemáticas que los alumnos deben aprender;
– concebir la enseñanza a largo término: progresión en el ciclo, el curso, el trimestre, el mes, etc.;
– analizar, elegir, adaptar o concebir una progresión sobre un tema, un conocimiento, etc.;
– analizar, elegir, adaptar o concebir situaciones de introducción y de construcción, de entrenamiento, de refuerzo, de aplicación, de evaluación;
– adaptar la enseñanza a los alumnos con los que trabaja;
– saber gestionar y conducir la enseñanza de los conocimientos matemáticos en toda la clase y eventualmente a diferentes niveles;
– analizar dificultades recurrentes de los alumnos, analizar dificultades particulares, elegir, adaptar, concebir situaciones de ayuda.

Además de todas las funciones anteriores, el profesor debe asumir la máxima responsabilidad en el éxito/fracaso del sistema educativo, así, el MEC asegura que: "La calidad de un sistema educativo depende principalmente de sus profesores. Su tarea es compleja y delicada, por lo que necesitan una preparación idónea. Un profesorado de calidad ha de ser, ante todo, experto y con una cualificación acorde con las funciones y el rendimiento que de él se espera." (MEC, 2003, p. 20).

Observamos que, en general, las instituciones anteriormente citadas tienen bastante certeza sobre las competencias que deben configurar el perfil de un de maestro/a de matemáticas. Además, enfatizan la importancia de la formación del profesorado como factor esencial de la calidad de la enseñanza, como suele hacer la administración educativa cuando se sustenta en el *generalismo pedagógico*: "se pone el acento en el profesor como *individuo* más que como *sujeto o agente de una institución* y, entonces, se reduce la capacidad educativa del *sistema de enseñanza* a la suma de lo que cada profesor puede ofrecer en su clase." (Gascón & Bosch, 2007, p. 211)

Si la formación del profesorado fuese efectivamente el factor principal del que dependiese la *calidad de la enseñanza*, entonces todas las deficiencias del sistema (y, en particular, el tan publicitado aunque mal definido "fracaso escolar") tendrían su origen en las carencias de esta formación. Los autores anteriores señalan al respecto: "Pero además, y éste es el punto esencial, si las competencias que se requieren para ejercer la profesión de profesor son conocidas y existe un sistema de formación que permite adquirirlas, entonces la falta de formación y, por tanto, las deficiencias del sistema de enseñanza serían achacables a la *responsabilidad de los profesores como individuos*." (p. 211)

Ante esta evidencia, cabe señalar, más bien, que la mayoría de las instituciones anteriormente citadas no muestran explícitamente que existe un gran dominio de problemas relativos a la formación del profesorado de matemáticas que es necesario investigar muy seriamente desde la didáctica de las matemáticas para obtener conclusiones avaladas científicamente. Bien es verdad que, desde la "noosfera", se aportan respuestas, pero hemos de reconocer que si bien son necesarias, porque no disponemos de resultados de investigación para todos los problemas presentados, son respuestas parciales, limitadas y aproximadas. La respuesta final que determine con precisión el perfil de un óptimo profesor de matemáticas debe ser una respuesta científica: producida como resultado de investigación en didáctica de las matemáticas. La cuestión de la formación del profesorado, como señala Chevallard (2006), es uno de los "grandes problemas" de la didáctica de las matemáticas: la *formación* profesional de uno de sus agentes más significativos y de vital importancia. Constituye, pues, uno de los grandes desafíos a los que se debe enfrentar en la actualidad la investigación en didáctica de las matemáticas.

3. La formación inicial de maestros en España: la tiranía del *generalismo pedagógico*

Entendemos el *generalismo pedagógico* en el sentido expresado por Gascón y Bosch (2007). Se trata de una ideología que ocupa actualmente una posición dominante en la cultura escolar: "Una de las características principales de esta ideología es que tiende a eliminar (o a considerar sólo *a posteriori*) lo que es específico de cada una de las disciplinas, diluyendo el conocimiento en una nebulosa de "*competencias*" genéricas que, lejos de una perspectiva multidisciplinar integradora, son ajenas a toda disciplina (entendida como tradición de conocimiento)." (Gascón & Bosch, 2007, p. 203)

En la actualidad, la formación de maestros en España está enmarcada en las Facultades de Ciencias de la Educación de las universidades (las pocas Escuelas Universitarias de Magisterio que quedan constituyen casos residuales). En estas instituciones, ¿qué respuesta se da a la formación de maestros en didáctica de las matemáticas?

El dominio del generalismo pedagógico en las titulaciones de maestros llega a rozar la tiranía si valoramos la presencia de las materias pertenecientes a las áreas de didáctica general y pedagogía en los planes de estudio vigentes en la actualidad.

Para el caso de la universidad de Jaén, si se observa en las diferentes especialidades de los estudios de maestro, el porcentaje de créditos asignados a la materia de didáctica de las matemáticas (en relación con el total de créditos de la titulación, frente a los asignados a las materias de pedagogía y didáctica general), podemos ver el abismo que existe entre ambos dominios (ver tabla 2). Como se muestra en la tabla 2 el mayor porcentaje asignado a las materias de didáctica de las matemáticas es un 6.7% del total de créditos establecidos en la especialidad de Maestro Educación Primaria, seguido de un 5.3% en Educación Infantil, para llegar al exiguo porcentaje del 2.2% en las especialidades de Maestro de Educación Física o de Lengua Extranjera.

Dominio de conocimiento	Titulación de Maestro - Especialidades			
	Primaria	Infantil	Ed. física	Lengua extranjera
Áreas psico-pedagógico-didácticas	27.0	26.5	27.2	21.3
Área de didáctica de las matemáticas	6.7	5.3	2.2	2.2

Tabla 2. Porcentaje de créditos asignados a las materias que figuran en la tabla en relación con el total de créditos de las titulaciones de Maestro.

Con el número de créditos concedido a la didáctica de las matemáticas en los actuales planes de estudio podemos afirmar que estamos ante los planes que menos peso establecen para esta materia. En algunos casos se ha reducido casi un 50% en relación con planes anteriores, los de 1971 o 1981. Evidentemente, ha existido un claro retroceso en cuanto a las expectativas que, desde colectivos de profesores, departamentos de didáctica de las matemáticas y asociaciones profesionales, se habían propuesto para conseguir una auténtica profesionalización de los estudios de magisterio, generando un grave problema estructural en las titulaciones de maestro.

Estos datos corroboran rotundamente el hecho de que la respuesta que ofrecen las universidades a la titulación de maestro (en sus diferentes especialidades) se basa en un modelo que se ajusta a las pautas establecidas por el generalismo pedagógico, ya que ofrecen una respuesta predominantemente genérica que elimina casi por completo el estudio didáctico específico de las diferentes disciplinas.

Además, este modelo generalista, lejos de tener perspectivas de cambio, hacia un nuevo modelo de formación que aborde las didácticas específicas con la necesaria amplitud, está fortaleciéndose desde instituciones del MEC, como se corrobora en las conclusiones del Consejo Escolar del Estado sobre los educadores en la sociedad del siglo XXI. Según las conclusiones del Consejo Escolar del Estado Español (2007, p. 8):

> En el caso del profesorado de Educación Infantil y Primaria … se considera necesaria la prolongación de sus estudios (su paso al nivel de Licenciatura) y posiblemente una menor especialización por áreas, siendo preferible que los futuros profesores de estas etapas tengan una formación más homogénea.

Debemos señalar, además, que no sólo los planes de estudio en las titulaciones de maestros sufren este problema, sino que el propio sistema de enseñanza de las matemáticas sufre la “enfermedad” del generalismo pedagógico que, a su vez, "contamina" los sistemas de formación del profesorado, al configurar una cultura escolar específica.

Por ello, postulamos que los sistemas de formación de maestros de matemáticas que se basan en un bloque tecnológico-teórico formado por las teorías fundacionales de la didáctica fundamental chocan contra las restricciones del actual sistema de enseñanza de las matemáticas imposibilitando que la formación recibida por nuestros alumnos-maestros pueda modificar de manera significativa su trabajo profesional, lo que podemos identificar como un fenómeno de fuerte resistencia que ofrece la "inercia del sistema". Este fenómeno de "inercia del sistema" se puede identificar también en otros ámbitos de formación que introducen elementos "extraños" –como la modelización matemática y las aplicaciones– a los aceptados como "naturales" en los actuales sistemas de enseñanza de las matemáticas.

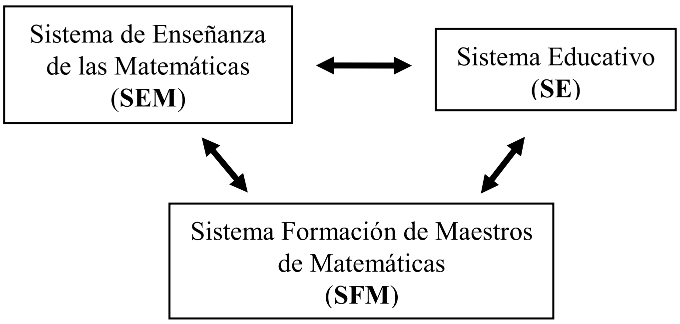

Figura 1. Tres polos en la formación del profesorado de matemáticas.

Además, es importante señalar que, en el caso de la formación de maestros, se trata de titulaciones cuyos estudios conducen a una profesión específica y bien definida. Chevallard (2006) afirma que no podemos pensarla sin tener necesariamente que atender a la fuerte dialéctica que existe entre los tres polos que indica la figura 1: el sistema de enseñanza de las matemáticas (SEM), el sistema educativo (SE) y el sistema de formación de maestros de matemáticas (SFM).

No podemos formar maestros perdiendo de vista el SE o el SEM, ya que contribuiría a observar el problema desde una perspectiva reduccionista. Esto significa que no tiene sentido hablar de "necesidades de la formación del maestro de matemáticas" independientemente de las "necesidades del

SEM o del SE”, entre las cuales destaca la necesidad de disponer de *respuestas científicas* derivadas de trabajos de investigación a una gran cantidad de problemas abiertos. Según comenta Chevallard (2003, p. 9, la traducción en nuestra):

> La comparación con la medicina es clarificadora desde muchos puntos de vista. Existe el sistema escolar, y existe el sistema de sanidad. En los dos casos existen los “usuarios” –pacientes en un caso, alumnos en el otro–. Finalmente tenemos los que curan (médicos, etc.) y los que enseñan (los profesores y otros formadores de los alumnos). Imaginemos un enfermo que sufre apendicitis. En la cabecera de su cama aparecen sucesivamente dos médicos, uno muy bien formado, el otro mal formado. Estamos en el año 1900; los dos médicos no se distinguen: salvo contadas excepciones, el enfermo morirá. Estamos ahora en el año 2000; los dos médicos tampoco se distinguen demasiado: salvo contadas excepciones, el enfermo sobrevivirá. Lo que importa –y esta es la lección de la historia– no es tanto la *formación* del médico; es en primer lugar el desarrollo de la ciencia médica y, después, el estado de desarrollo del sistema de salud y, en particular, su adecuación al estado de la ciencia. [...] La conclusión vale, *mutatis mutandis*, para el sistema educativo: lo que cuenta en primer lugar es el estado de *desarrollo de la ciencia didáctica*; después el estado de *desarrollo del sistema escolar* y su adecuación al estado de los conocimientos científicos.

Dado el desconocimiento que todavía tenemos de la mayoría de respuestas a múltiples y difíciles problemas en didáctica de las matemáticas, es ilusorio pretender que conocemos y que tenemos perfectamente determinado el conjunto de competencias en torno a las que se debe estructurar la formación de los profesores de matemáticas (y, en especial, de los maestros). Gran parte de las respuestas ofrecidas son fruto de la experiencia, de lo estrictamente empírico, de los condicionamientos sociales, incluso de modas, pero constituyen respuestas parciales, sesgadas, incompletas y deficientes.

Más humildemente, como señalan Gascón y Bosch (2007), hemos de aceptar que el problema de la formación matemática de los maestros es un *problema abierto* y empezar por indagar las necesidades globales del sistema de enseñanza. Además, cabe señalar que este proceso de indagación no lo debemos abordar de forma aislada, sino que debemos enmarcarlo en el interior de una reflexión sobre toda una problemática que debe comenzar desde la propia sociedad, lo que supone un verdadero desafío para la investigación en didáctica de las matemáticas.

Así, deberíamos cuestionarnos cuál es la función de la escuela en la sociedad y cuál es la función de las matemáticas en la sociedad. Para que el sistema educativo responda realmente a las necesidades matemáticas de la sociedad, se debe llevar a cabo una seria reflexión sobre la función de la escuela. Chevallard (2006, p. 2) indica en estos términos el encierro de la escuela sobre sí misma: "La escuela comercia con ella misma, aprendemos los conocimientos aportados por la escuela solamente para tener éxito en la escuela, no para comprender las situaciones del mundo extraescolar y actuar inteligentemente, justamente, eficazmente en su seno."

En la actualidad el corpus matemático enseñando en la escuela se vuelve una galería de arte donde los objetos se exponen, se visitan, se estudian, se contemplan, configurándose, como señala Chevallard (2005, p. 24), un enfoque *monumentalista* de los saberes muy lejano a la consideración funcional y viva de los conocimientos matemáticos, ya que se han olvidado las cuestiones candentes a las que la actividad escolar debería responder.

Para modificar radicalmente este enfoque, y dada la fuerte dependencia e implicación entre el SEM y el SFM, se hace necesario recuperar para el currículum escolar los usos extramatemáticos de las matemáticas: "la profesión debe volver a estar atenta a las múltiples necesidades matemáticas de nuestro mundo, lo que supone también reconquistar para las matemáticas territorios disciplinares desheredados como es el caso de la modelización matemática" (Chevallard, 2006, p. 23, la traducción es nuestra). Esto implica abordar un gran desafío: determinar los grandes bloques de situaciones problemáticas que puede vivir el ciudadano de hoy y cuestionar, como indica este mismo autor: "¿cuáles son los *elementos de saber útiles, necesarios, funcionales*? y, ante éstos, volver a cuestionar ¿cuáles son los *elementos de matemáticas* útiles, pertinentes, eficaces, prácticos,…?" (p. 23)

4. Respuestas aportadas a la formación de maestros por resultados de investigación en el marco del programa epistemológico de didáctica de las matemáticas

Las instituciones que tienen a su cargo la formación de profesores de matemáticas, facultades de educación y facultades de matemáticas, organizan sus estudios en base a las respuestas que aportan, por una parte, el generalismo pedagógico –modelo de formación esencialmente genérico que minimiza la especificidad de las diferentes disciplinas (caso de los maestros)–, y, por otra, las facultades de matemáticas, siguiendo un modelo de formación que pone el énfasis en el conocimiento disciplinar matemático en detrimento del didáctico (caso de los profesores de secundaria). Es posible que ambas respuestas se sustenten en cierta creencia social que afirmaría que "para enseñar matemáticas hay que saber matemáticas", lo que podría bifurcarse en dos casos extremos: para maestros de primaria, las matemáticas son tan elementales que se supone que los alumnos en formación ya las conocen; para profesores de secundaria, las matemáticas son de un nivel más elevado, lo que hace necesario incluir estudios matemáticos superiores en su formación.

Como se ha señalado anteriormente, existe un vasto dominio de problemas relativo a la formación de profesores de matemáticas que aún se debe abordar científicamente, pero también debemos constatar que se han ofrecido respuestas consolidadas desde serios y rigurosos trabajos de investigación. Cabe señalar los de Kuzniak (1994), Houdement (1995), Neyret (1995), Peltier-Barbier (1995), Portugais (1995), Cirade (2006), Sierra (2006), entre otros muchos. Es imposible dar cuenta de todos ellos en este trabajo, por ello nos limitaremos a presentar sólo algunos, dentro del programa epistemológico, con objeto de mostrar la evolución de las respuestas dadas por la investigación a la formación de profesores de matemáticas. Nos acercaremos brevemente a los trabajos de Portugais (1995), Cirade (2006) y Sierra (2006), tratando de contestar a la cuestión siguiente:

> **C_E: Problema del modelo epistemológico subyacente a la formación de maestros**
>
> ¿Qué modelo epistemológico se emplea para describir el conocimiento profesional del profesor de matemáticas y, en consecuencia, para organizar su formación?

4.1. La TSD como modelo epistemológico del conocimiento profesional del profesor de matemáticas.

El trabajo de Portugais (1995) inaugura, según afirma su autor, un nuevo camino experimental de investigación didáctica, el de la "*didactificación de la didáctica de la matemática* para la formación de profesores." (Portugais, 1995, p. 278)

En él se muestra, de forma general, que el problema de la formación de maestros en didáctica de las matemáticas puede abordarse a partir de una teoría didáctica –la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD)– *reconvertida* para un nuevo objeto de estudio: el *sistema de formación profesional* de los maestros.

Portugais (1995) construye un dispositivo de formación apoyándose en la TSD (Brousseau, 1998) y la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud, 1991). Las nociones de *situación, esquema* y *contrato* tienen una importancia clave en su trabajo. Las utiliza para controlar las condiciones del funcionamiento adidáctico de la situación de formación de maestros en didáctica de las matemáticas. Se ubica deliberadamente en una posición "constructivista por adaptación al medio", tomando el modelo de la TSD: "Intentamos favorecer la emergencia de un medio adidáctico para la propia actividad de formación en didáctica de las matemáticas." (Portugais, 1995, p. 75, la traducción es nuestra). El mismo autor indica:

> Por analogía con el escenario didáctico en el que el maestro rehúsa intervenir para proponer el conocimiento matemático que el alumno debe construir por el mismo, el formador va a rehusar proponer al *alumno en formación* cualquier forma de intervención didáctica en relación con los errores de los alumnos en problemas de división [...] Concebimos la ingeniería de formación desde la perspectiva de la devolución de situaciones a-didácticas de Brousseau. (p. 69)

Las cuestiones fundamentales que intenta responder en su investigación son las siguientes:

– ¿Existe realmente una situación a-didáctica para la formación de profesores en didáctica de las matemáticas?

– ¿Es posible diseñar y concebir una ingeniería de formación en didáctica de las matemáticas desde la perspectiva de la *devolución* de situaciones a-didácticas de Brousseau?

– ¿Es posible constituir un dispositivo de formación de alumnos-maestros en didáctica de las matemáticas sobre la hipótesis de un aprendizaje constructivista por adaptación al medio?

– ¿Se puede construir un medio a-didáctico para la propia actividad de formación de maestros en didáctica de las matemáticas?

– ¿En qué tipo de situaciones los conocimientos de didáctica de las matemáticas adquieren sentido para los futuros maestros?

Para responder a todas las cuestiones anteriores, Portugais (1995) utiliza la metodología de ingeniería didáctica, construyendo una *ingeniería de sistemas de formación* concebida bajo la perspectiva de la devolución de situaciones a-didácticas:

> Tratamos de diseñar *situaciones a-didácticas de formación* que favorezcan en el alumno-maestro la construcción de conocimientos didáctico-matemáticos que respondan a razones internas. Para ello se instaura una dinámica que provoque la emergencia de múltiples cuestionamientos a partir del análisis de una secuencia de clase de la escuela primaria, en la que el alumno-maestro deba tomar decisiones y realizar nuevas elecciones didácticas para una posterior secuencia, mediante una confrontación entre el análisis *a priori* y el análisis *a posteriori*. (p. 69)

Portugais diseña entonces un dispositivo experimental de "ingeniería de formación" donde los alumnos-maestros deben concebir, realizar (en clases de la escuela primaria) y analizar una serie de secuencias didácticas. El contenido de estas secuencias es relativo a las operaciones aritméticas elementales y sus respectivos algoritmos de cálculo, atendiendo primordialmente a los errores que cometen los alumnos. El trabajo de confrontación entre los análisis *a priori* realizados por los alumnos-maestros en la preparación de la secuencia y los análisis *a posteriori* llevados a cabo tras su realización efectiva es fundamental en este trabajo.

¿Qué respuesta ofrece Portugais a la cuestión C_E planteada anteriormente? Podemos afirmar que, en el trabajo examinado, para caracterizar el conocimiento didáctico/matemático del profesor, el autor asume un modelo epistemológico basado en la TSD. El alumno-maestro debe construir su conocimiento didáctico-matemático a partir de una verdadera situación a-didáctica de formación, donde el "saber" puesto en juego no es estrictamente matemático, sino didáctico-matemático y, como tal, está regido por unas cláusulas de *contrato didáctico de formación* distintas a las ligadas al *contrato didáctico escolar*.

Así, el profesor formador debe "devolver" al alumno en formación una *situación adidáctica de formación* que presente un problema didáctico de enseñanza-aprendizaje de la matemática, para que se implique en su resolución. En este proceso, el alumno en formación puede instaurar dialécticas que le conduzcan a:

– Actuar con recursos didácticos, anticipar soluciones didácticas, rectificar y modificar su actuación en función de las respuestas que obtenga de los alumnos, etc., realizando un trabajo adaptativo a la situación de formación.
– Formular propuestas de solución, comunicar, debatir, etc.

– Validar sus propuestas. El contraste entre el análisis *a priori* y *a posteriori* de las secuencias didácticas le permitirá descubrir cuáles son eficaces o pertinentes.
– Institucionalizar toda su actividad matemático-didáctica en el interior del corpus teórico de la didáctica de las matemáticas.
– Construir un *saber de experiencia* S3 a partir de S1 (saber matemático) y de S2 (saber de didáctica de las matemáticas).

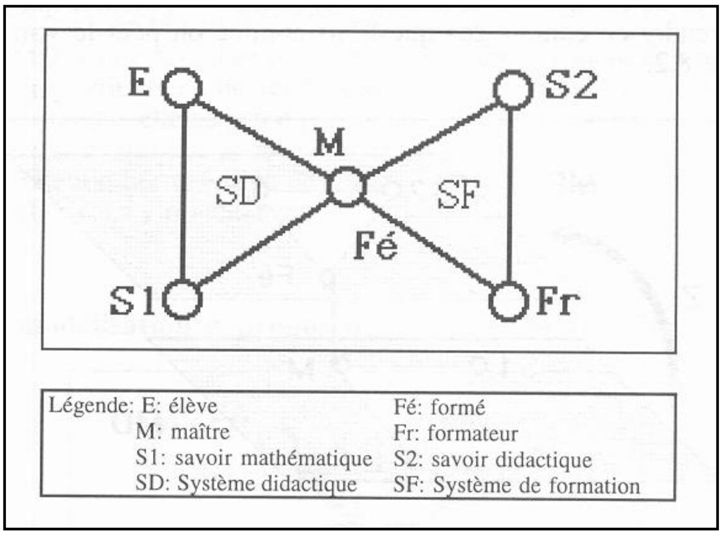

Figura 2. Portugais (1995, p. 281).

Cabe destacar que Portugais señala los límites de la aplicabilidad de sus conclusiones: “Hemos intentado abrir una nueva perspectiva de investigación, no proponer un nuevo modelo de formación” (p. 279).

4.2. La TAD como modelo epistemológico en la formación profesional del profesor de matemáticas.

Desde 1995 hasta 2007 han transcurrido 12 años. En este intervalo de tiempo la evolución del estado de nuestra disciplina, la didáctica de las matemáticas, ha sido muy notable. En concreto, la evolución de una de las teorías fundacionales, la teoría de la transposición didáctica (Chevallard, 1991), ha tenido un desarrollo muy amplio y fecundo hacia la TAD. Los trabajos de investigación enmarcados en ella se han multiplicado, mostrando con ello su eficacia como herramienta de producción de conocimiento científico.

Concretamente, en España se ha creado un grupo de investigación bastante cohesionado y generador de fecundos trabajos y tesis doctorales.

En esta exposición, nos referiremos únicamente a la tesis realizadas muy recientemente en el ámbito de la TAD por Gisèle Cirade (2006) y Tomás Sierra (2006), dada la significación de sus aportaciones en relación con la cuestión C_E.

El trabajo de Cirade (2006) se inscribe en continuidad con los ya realizados por el grupo de Marseille, dirigidos por Yves Chevallard en relación con la formación de profesores en el *institut universitaire de formation des maîtres* (IUFM). Se centra en la observación y análisis de la *clínica de formación,* y trata de responder a la cuestión: ¿qué dificultades encuentra un alumno que, habiendo estudiado en la facultad de matemáticas, decide estudiar para profesor de matemáticas? Su objetivo es estudiar las dificultades y obstáculos que encuentran los estudiantes que ingresan en el IUFM cuando pasan del estatus de "estudiante de matemáticas" al estatus de "profesor de matemáticas".

Frente a la transparencia epistemológica que caracteriza al generalismo pedagógico, Cirade (2006) distingue tres tipos de matemáticas: *matemáticas a enseñar*, *matemáticas para el enseñante* y *matemáticas para la enseñanza*. Las primeras son aquellas prescritas por el programa oficial o currículum escolar de matemáticas. Las "matemáticas para el enseñante" son las que un profesor debe conocer para poder comprender los contenidos y propuestas de enseñanza (técnicas, tecnologías, teorías) del programa de estudios de un nivel dado. Las "matemáticas para la enseñanza" están configuradas por las matemáticas consideradas como útil didáctico, con objeto de poner en funcionamiento en la clase organizaciones matemáticas designadas a enseñar. Comienzan a construirlas los alumnos en formación (futuros profesores de matemáticas) cuando se interrogan sobre las *razones de ser* de una noción, una propiedad, un teorema o una técnica que figuran en el currículum escolar. Cirade (2006) presenta dos dispositivos de formación, el *seminario de formación* y las *cuestiones de la semana,* para el reconocimiento de la insuficiencia de las *matemáticas para el enseñante*, lo que le permite llevar a cabo la construcción de las *matemáticas para la enseñanza*

Si bien Cirade (2006) no pretende abordar el problema de la formación del profesorado en toda su complejidad, nos ofrece respuestas a problemas de formación ligados con la búsqueda de las *razones de ser* de los conocimientos matemáticos del currículum escolar, respuestas que constituyen el germen de la verdadera motivación: la motivación matemática del proceso de estudio, no la psicológica:

> Desde que [los alumnos en formación] descubren que el universo matemático es motivado (o al menos motivable) y no inmotivado, como sus estudios matemáticos anteriores le podrían haber llevado a creer, hacen de la búsqueda de las razones de ser [de un conocimiento matemático] un tema de permanente investigación. (p. 210)

Este descubrimiento choca frontalmente con la creencia que tienen la gran mayoría de los alumnos en formación (sustentada también socialmente) de que las matemáticas escolares nunca van a constituir un problema para ellos.

Este trabajo, gracias al uso de la TAD, pone de manifiesto que una de las competencias esenciales del profesor de matemáticas debe ser la de "re-motivar" las matemáticas escolares, es decir, conocer sus verdaderas *razones de ser*. Podemos decir, por lo tanto, en respuesta a la cuestión C_E, que las *matemáticas para la enseñanza* deben ser un componente fundamental del modelo epistemológico que describe el conocimiento profesional del profesor, lo que comporta un fuerte desafío. En palabras de la propia Cirade (2006, p. 295): "La construcción de unas matemáticas para la enseñanza que fuesen a la vez: auténticas epistemológicamente, coherentes formalmente, adecuadas didácticamente constituye un problema abierto e interpela frontalmente a la profesión."

Siendo necesaria su construcción, consideramos que no es suficiente como "modelo epistemológico" del conocimiento del profesor. La puesta en funcionamiento de estas organizaciones matemáticas (en adelante OM) supone necesariamente la construcción de organizaciones didácticas (en adelante OD) articuladas con ellas y adecuadas a la institución en las que ambas deben vivir, lo que sin duda constituye hoy en día un problema central de investigación en la TAD. Se muestra así, claramente, que no tiene sentido exigir a la "profesión docente" o al "sistema de formación de maestros" aquello para lo que la investigación aún no ha encontrado una respuesta ni tan siquiera provisional.

La investigación de Sierra (2006) postula de entrada que, para abordar cualquier problema de enseñanza de las matemáticas dentro de las instituciones escolares, es imprescindible utilizar un modelo epistemológico de las matemáticas como sistema de referencia. Así, considera como hipótesis básica de trabajo que las posibles maneras de organizar el estudio de las matemáticas en una institución están fuertemente condicionadas por la forma de interpretar las matemáticas en dicha institución. Plantea y estudia el problema de la relatividad institucional del conocimiento matemático, es decir, de los efectos de la transposición didáctica sobre una praxeología determinada.

Algunas de las principales cuestiones que aborda esta tesis son las siguientes (p. 51):

> – ¿Cómo se transforma la *razón de ser* de una Organización Matemática (esto es, las cuestiones a las que responde dicha OM) cuando ésta se propone para ser estudiada en diferentes instituciones docentes?
> – ¿Hasta qué punto las posibles formas de organizar el estudio de una OM en una institución están determinadas por lo que en dicha institución se asume, explícita o implícitamente, como la *razón de ser* de OM?
> – ¿Qué fenómenos didácticos aparecen en una institución docente en la que, a pesar de haber "olvidado" la *razón de ser* de una OM, se propone sin embargo dicha OM para ser estudiada? ¿Cómo generar el proceso de estudio de dicha OM en la institución en cuestión?
> – ¿Cuál es la *función latent*e, esto es, las consecuencias no perseguidas explícitamente pero que se siguen de manera necesaria, del olvido de las razones de ser de las OM que se estudian y de la imposición artificial de cuestiones *inertes* (sin ninguna capacidad de generación)?

Sierra se ocupa del problema didáctico de cómo "re-motivar" el estudio del número y de los sistemas de numeración en la institución de formación de maestros. Su propuesta se articula en torno al estudio de la cuestión: ¿Cómo expresar los números naturales mediante una representación escrita que sea un instrumento útil para el desarrollo de la aritmética escolar? Su tratamiento se presenta en los términos siguientes (p. 222):

> Se trata de una cuestión cuya respuesta ("el sistema de numeración posicional completo") es perfectamente conocida por los estudiantes de dicha institución. Éstos han trabajado largamente en el sistema posicional de base 10 y lo han utilizado para hacer todo tipo de cálculos. La OM [organización matemática] en torno a dicho sistema de numeración está *naturalizada* para los sujetos de la institución de formación de maestros y ha llegado a ser casi *transparente* para ellos. Sin embargo, y a pesar de lo anterior, los estudiantes de dicha institución docente no pueden justificar la validez de dicha respuesta ya que, para ellos, es sólo una respuesta en el sentido "débil". Por lo tanto, no están en condiciones de *utilizarla* para llevar a cabo aquellas actividades,

> matemáticas o no, que requieren dicha justificación. Así, por ejemplo, no pueden cuestionar la pertinencia de la base 10 para llevar a cabo determinadas actividades matemáticas, ni proponer cómo podría modificarse dicha base para trabajar con números "grandes". Tampoco están en condiciones, como futuros maestros, de dirigir un proceso de estudio, con sus alumnos de Primaria, en el que se integre la "razón de ser" de los SN [sistemas de numeración].

Por ello, el problema didáctico que estudia es:

> ¿Cómo reconstruir en la institución de formación de maestros una OM en torno al sistema de Numeración Posicional […] de tal manera que dicha reconstrucción contenga explícitamente su "razón de ser", esto es, las cuestiones a las que [ésta] responde? (p. 223)

Esta formulación del problema didáctico "tiene la virtud de precisar el objetivo de la organización didáctica que se pretende diseñar y, al mismo tiempo, intenta paliar las dificultades con las que tropieza la enseñanza de los sistemas de numeración en la institución de formación de maestros." (p. 222).

Sierra construye un modelo epistemológico dinámico guiado por el desarrollo evolutivo de una sucesión de OM en torno a los SN en la institución de formación de maestros de modo que cada OM amplía la anterior y encuentra su razón de ser precisamente en poder superar estas limitaciones, hasta llegar a la OM considerada: el *sistema de numeración posicional*). El modelo construido constituye el instrumento principal para diseñar, experimentar y evaluar diferentes procesos de estudio de la OM en torno a los SN en las instituciones de formación de maestros.

En la tesis se diseña una organización didáctica que genera un proceso de estudio que permite llegar a la construcción del SN posicional de base 10 haciendo que éste aparezca como la respuesta a un conjunto de cuestiones problemáticas que constituyen su *razón de ser*. Esta OD se experimenta con un grupo de alumnos de magisterio, mostrando que es posible reconstruir, en la institución de formación de maestros", el SN posicional integrando su *razón de ser* como cuestión generatriz de dicho proceso.

Podemos afirmar que este trabajo da una amplia respuesta al problema de cómo diseñar, analizar, gestionar y evaluar organizaciones didácticas que integren las razones de ser de las organizaciones matemáticas que se proponen reconstruir, en el caso particular del estudio de los sistemas de numeración en la institución formación de maestros.

En relación con la cuestión C_E, el modelo epistemológico del conocimiento profesional del profesor que, de modo implícito, emplea Sierra (2006) es el mismo que el propuesto por Cirade (2006): el futuro profesor debe construir con sentido unas verdaderas *matemáticas para la enseñanza*, donde para cada uno de los conocimientos que las integran, sepa dar cuenta de sus *razones de ser* y pueda gestionar dinámicamente en la escuela, al menos, OM locales. Pero el trabajo de Sierra va un poco más allá al no quedarse sólo en la búsqueda de las razones de ser de ciertos saberes escolares, avanzando, a partir de éstas, en el diseño y experimentación de propuestas concretas de formación (*recorridos de estudio e investigación*). Construye organizaciones didácticas (OD) que integran las razones de ser de las organizaciones matemáticas (OM) que se deben reconstruir en la escuela, todo ello apoyado en una hipótesis fuerte de trabajo: toda OD siempre está sustentada por un Modelo Epistemológico de las Matemáticas (MER), descrito por medio de organizaciones praxeológicas.

5. La TAD: modelo de análisis de la actividad de formación de maestros de matemáticas

En el estado actual de evolución de la didáctica de las matemáticas y, en relación con el conocimiento de que disponemos sobre el Sistema de enseñanza de las matemáticas (SEM), no es posible aún resolver con precisión la cuestión C_E. De hecho, cualquier respuesta que se propusiese probablemente no contaría con la aceptación mayoritaria de la comunidad de investigadores. Al contrario, y por el momento, no es posible más que adoptar una posición *ecléctica controlada*, esto es, identificar ciertos conocimientos en torno a los que existe, o podría existir, un consenso para que formen parte de este conocimiento profesional (elementos de la TSD o de la TCC, tal y como propone Portugais (1995), la TD o la TAD, tal como se usa en la determinación de las *matemáticas para la enseñanza* identificadas y propuestas por Cirade (2006) o las OD propuestas por Sierra (2006)).

Más allá de aquellos elementos matemático-didácticos identificados como *contenido* de formación para los futuros profesores y de su posible estructura, nuestro interés se centrará en intentar construir un *modelo de referencia* que permita describir cómo se organizan los procesos de estudio mediante los cuales los maestros en formación construyen los saberes matemático-didácticos, esto es, un modelo que permita describir la *actividad* *de formación* como actividad humana realizada en instituciones concretas (instituciones de formación).

Este paso lo consideramos crucial y necesario para la evolución de la formación de maestros. De la misma forma que la construcción de modelos que permiten describir la *actividad matemática* (en particular, la escolar) ha supuesto un avance indiscutible en su análisis, problematización, cuestionamiento, deconstrucción, etc., a partir de lo que ha sido posible construir nuevas propuestas controladas por un marco teórico (sean éstas *situaciones fundamentales, recorridos de estudio e investigación* u otras), formulamos la hipótesis de que, en la medida en que dispongamos de un modelo científico que permita describir la *actividad de formación de maestros en las instituciones de formación*, será también posible analizar, problematizar, cuestionar, deconstruir, etc. toda propuesta de formación existente y construir, mediante un riguroso control científico, nuevas propuestas que puedan completarla y, en suma, optimizarla.

Este modelo, sujeto a control y validación, será eficaz en la medida en que permita superar la *ilusión de transparencia* que caracteriza a muchas propuestas de formación, poner en evidencia los supuestos sobre los que se asientan y convertirlos en objeto de estudio [5], así como rebatir los proyectos supuestamente innovadores basados en *epistemologías espontáneas* de formación que se presentan, no como fruto de investigaciones científicas, sino como propuestas del mundo institucional "noosferiano".

Nuestra modelización se fundamentará en la Teoría Antropológica de lo Didáctico, puesto que ésta aúna dos características que la hacen sumamente pertinente. Por un lado, es una *teoría antropológica* que ofrece herramientas para describir y analizar la actividad humana y, en particular, la actividad humana de *formación de maestros* que nos ocupa. Por otro lado, es una teoría ampliamente desarrollada y validada en la descripción y análisis de la actividad matemática, en general, y de la actividad matemática escolar, en particular, objeto de toda propuesta de formación.

5. Por ejemplo, problematizar y convertir en objeto de estudio la noción de *analogía* en la que, implícitamente, se fundamentan muchas propuestas de formación: el maestro en formación debe "vivir", de forma controlada, una "situación escolar análoga" a las situaciones escolares en las que en un futuro deberá actuar.

Desarrollando los esquemas introducidos en la figura 1, todo maestro en formación se sitúa en la intersección de dos instituciones y de dos sistemas didácticos: uno real, el *sistema didáctico de formación* (ubicado en una institución de *formación de maestros* I_{FM}), otro que siempre está presente *in absentia*, el sistema didáctico escolar (ubicado en una *institución escolar* I_E).

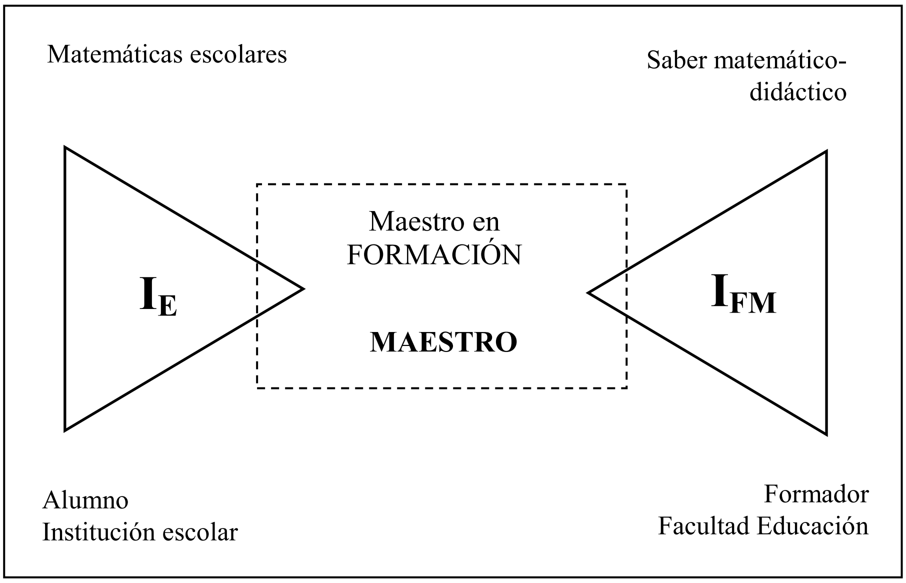

Figura 3. Topos del maestro en formación.

La labor principal de la institución I_{FM} es capacitar al *maestro en formación* para que sea competente en su desempeño profesional en la institución escolar I_E. Esto supone para la institución I_{FM}:
– disponer de un conocimiento adecuado sobre cómo funciona el sistema de enseñanza de las matemáticas (SEM) y el sistema escolar (SE),
– tener caracterizado el conjunto de saberes *didáctico-matemáticos* que capacitará profesionalmente al futuro maestro,
– disponer de *praxeologías de formación* adecuadas para que el alumno-maestro construya *con sentido* estos saberes y los pueda reconstruir en el medio escolar generando OD que desarrollen una actividad de estudio viva y funcional en la escuela.

Desde el enfoque antropológico se postula que toda actividad de estudio debe surgir como respuesta a cuestiones cruciales y con suficiente poder generativo. Aplicado a la formación de maestros, se considera necesario, pues, identificar *cuestiones problemáticas de la profesión de maestro* lo suficientemente fecundas y "vivas" como para generar procesos de estudio amplios y complejos que eviten, en el medida de lo posible, la atomización y la excesiva compartimentación del saber objeto de estudio.

5.1. Una cuestión problemática de la profesión de maestro

Son múltiples las cuestiones problemáticas a las que un maestro debe hacer frente y en torno a las que, de una u otra forma, se debe articular su formación inicial. Nos centraremos en lo que sigue en una que consideramos crucial y fecunda y que formulamos desde la TAD:

> **C_{MM}: Problema del Maestro de Matemáticas:**
> ¿Cómo concebir, expresar, poner en funcionamiento y evaluar pares (OM, OD) en una institución escolar *I* con el fin de que los sujetos de *I* reconstruyan *con sentido* la OM?

No pretendemos entrar aquí en la problemática de la construcción del *sentido* abordada desde múltiples teorías en didáctica de las matemáticas y en educación matemática, desde los enfoques centrados en la *modelización matemática* que abogan por las matemáticas como útiles para resolver problemas reales y para formar a *ciudadanos críticos*, pasando por la TSD, en la que el *sentido* de un conocimiento matemático [6] surge de la situación a-didáctica que éste resuelve de forma óptima.

En el marco de la TAD, la reconstrucción con *sentido* de una OM implica construirla como respuesta a todo un cuestionamiento que permita dar cuenta de sus *razones de ser*, controlando, además, que esa reconstrucción articule adecuadamente los diferentes momentos de estudio (haciendo que sean posibles momentos exploratorios "ricos", que el trabajo de la técnica sea realmente un trabajo productor de saberes y controlador del alcance de las técnicas, que los momentos tecnológico-teóricos sean densos y compartidos durante el proceso de estudio, que la institucionalización sea progresiva y no sea tarea exclusiva del profesor, etc.)

6. "El sentido de un conocimiento matemático se define no solamente por la colección de situaciones donde este conocimiento se desarrolla, en cuanto teoría matemática, no solamente por la colección de situaciones donde el sujeto lo ha encontrado como medio de solución, sino también por el conjunto de concepciones, de elecciones anteriores que ha rechazado, de los errores que ha evitado, de las economías que ha procurado, de las formulaciones que ha revisado, etc." (Brousseau, 1987, p. 51)
" La construcción del sentido tal cual la entendemos implica una interacción constante del alumno con situaciones problemáticas, interacción dialéctica (entre la situación y el sujeto), donde pone en funcionamiento sus conocimientos anteriores, los somete a revisión, los modifica, los completa o los rechaza para formar concepciones nuevas" (Brousseau, 1987, p. 61)

En cualquier caso, y sea desde una u otra teoría, contestar adecuadamente a la cuestión formulada constituye un verdadero problema de la profesión. De este modo, la *problemática del maestro* se transforma en un verdadero cuestionamiento didáctico de la *profesión de maestro* y de las instituciones en la que ésta se lleva a cabo. Constituye un indiscutible problema de investigación que llama de nuevo a la necesaria dialéctica entre el *sistema de enseñanza de las matemáticas* (SEM) y el *sistema de formación de maestros* (SFM). Por ejemplo, problemas de investigación relacionados con esta problemática profesional y que en la actualidad se están abordando desde la TAD son:

– ¿Cuáles son las "razones de ser" de las OM que integran (o deberían integrar) el currículum escolar?

– ¿Cómo diseñar, analizar, gestionar y evaluar organizaciones didácticas (OD) que integren las *razones de ser* de las organizaciones matemáticas (OM) que se propone reconstruir en la escuela?

– ¿Cómo integrar y articular en el currículum las organizaciones matemáticas (OM) que se proponen para ser estudiadas en la escuela?

Investigaciones como la realizada en la tesis de García (2005), en la que:

– se cuestiona la *razón de ser* de la proporcionalidad dentro del estudio de las relaciones funcionales entre magnitudes,

– se diseña un *recorrido de estudio e investigación* en el que la proporcionalidad se integra en el estudio de un conjunto de relaciones funcionales a partir del cuestionamiento del *tipo de variación*,

– se analizan las restricciones institucionales que condicionan el desarrollo de estos procesos de estudio en el actual *sistema de enseñanza de las matemáticas*,

constituyen, sin duda, respuestas importantes en la dirección apuntada.

De igual modo, los trabajos de Cirade (2006) y Sierra (2006) presentados anteriormente, también suponen respuestas que permiten un avance significativo en la evolución conjunta del SEM y el SFM.

5.2. Una cuestión problemática de la formación de maestros

La cuestión C_{MM} es realmente crucial para la profesión y existen múltiples respuestas a la misma, al menos parciales. Algunas desde teorías didácticas consolidadas y fruto de numerosas investigaciones (por ejemplo, las ofrecidas desde la TSD o la TAD) y otras de carácter más empírico y experimental. La pregunta ahora es, ¿cómo organizar la formación de maestros para dotar a éstos de saberes y herramientas útiles que permitan dar respuesta a C_{MM}?

En la medida en que hay muchas respuestas de naturaleza diferente, es necesario postular que los *procesos de formación,* en consecuencia, también serán diferentes. Por ello, como ya expresamos previamente, nuestro objetivo es construir un modelo que nos permita describir, analizar, problematizar y deconstruir estos procesos, sean éstos de la naturaleza que sean.

Como problema didáctico, y por tanto de investigación, dentro de la TAD, proponemos formularlo de la siguiente forma:

> **C_{FM}: Problema de la Formación de Maestros:**
> ¿Cómo concebir, expresar, gestionar y evaluar [7] procesos de estudio δ (OM, OD) en una institución I_{FM} con el fin de que los sujetos de I_{FM} sean capaces de reconstruir, articular, gestionar y evaluar pares (OM, OD) *optimizados* en otra institución escolar I_E?

La formulación de este problema requiere una primera matización: ¿qué significa que un par (OM, OD) esté *optimizado*?

En el marco de la TAD, un par (OM, OD) diremos que es óptimo si, al menos, satisface los siguientes indicadores:

– OM es una praxeología local relativamente completa,

– OD es un proceso de estudio que incluye y se desarrolla a partir de la *razón de ser* de OM,

– OD está diseñada de forma que las diferentes *dimensiones* o *momentos* del proceso de estudio estén presentes y desempeñen su adecuada función a lo largo de este proceso.

Estos indicadores son fruto de trabajos de investigación como los de Bolea (2002), Fonseca (2004), García (2005), Rodríguez (2005), Sierra (2006), Ruiz, Bosch y Gascón (2007) o Barquero, Bosch y Gascón (2007). En especial, la noción de *praxeología local relativamente completa* así como el desarrollo, experimentación y optimización de *recorridos de estudio e investigación* diseñados a partir de cuestiones problemáticas *fecundas* y *cruciales*, en los que se ha intentado hacer operativos los diferentes *momentos de estudio*.

No sólo la investigación desde la TAD ha producido pares (OM, OD) *optimizados*. También gran parte de las ingenierías didácticas diseñadas en el

7. Artaud (2007, 244) amplia aún más los verbos de acción: ¿Cómo observar, analizar, evaluar, desarrollar, evitar, y difundir una OM y una OD relativa a esta OM?

marco de la TSD pueden ser consideradas como óptimas atendiendo a estos criterios.

Desde esta perspectiva, la investigación de Cirade (2006) adquiere una nueva dimensión. Su propuesta de *matemáticas para la enseñanza* constituye una respuesta que permite un avance indiscutible en la necesaria formación de los futuros maestros. Esta propuesta, centrada en la re-motivación de las matemáticas escolares mediante la búsqueda de sus *razones de ser* coincide con uno de los indicadores identificados anteriormente. Sin embargo, no aborda el problema de la completitud de las OM que han de ser reconstruidas en la escuela ni tampoco el del diseño y la implementación de procesos de estudio con un balance *adecuado* de los diferentes momentos de estudio.

La tesis de Sierra (2006) comparte con Cirade la problemática de las *razones de ser* de las OM, para el caso de los sistemas de numeración y de las magnitudes continuas. Este trabajo sí produce respuestas que permiten avanzar hacia la construcción de procesos de estudio mediante el diseño y la experimentación de *recorridos de estudio e investigación*. Sin embargo, queda aún por resolver cómo dotar a los maestros en formación de los saberes y las herramientas necesarias para diseñar estos procesos de estudio y para gestionar los diferentes *momentos* en el aula.

En coherencia con el *problema de la formación de maestros* C_{FM} introducido anteriormente, formulamos la hipótesis de que es posible caracterizar la formación de maestros en términos de *procesos de estudio* de pares (OM, OD). El hecho de darle una estructura praxeológica, abre una nueva vía para describir, analizar, problematizar, cuestionar, reconstruir, etc. los procesos de formación. La figura siguiente recoge la naturaleza praxeológica tanto de los *procesos de estudio escolares* como de los *procesos de formación* y permite establecer vínculos y dialécticas entre sus componentes:

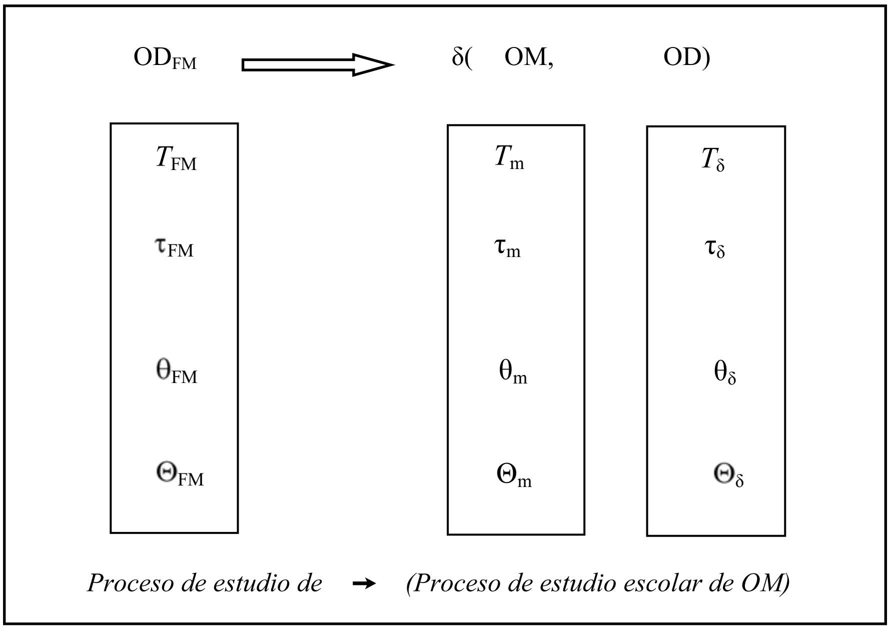

Figura 4. Modelo del proceso de formación de maestros.

Todo *proceso de formación* OD_{FM} puede ser deconstruido en términos de *tareas problemáticas de formación* (T_{FM}), para las que se diseñan *técnicas didácticas de formación* (τ_{FM}), justificadas por *tecnologías y teorías didácticas de formación* (θ_{FM} y Θ_{FM}). Así, a través de los correspondientes procesos de estudio, los maestros en formación construyen tanto saberes matemáticos (praxeologías matemáticas: $[T_m, \tau_m, \theta_m, \Theta_m]$) como posibles formas de organizar su estudio en el medio escolar (praxeologías didácticas: $[T_\delta, \tau_\delta, \theta_\delta, \Theta_\delta]$)

En particular, este modelo permite describir los dos casos extremos, esto es, *procesos de formación*:

– En los que los maestros en formación sólo construyen respuestas matemáticas, para lo que las *praxeologías de formación* se restringen a procesos de estudio de estos saberes matemáticos adaptados a las condiciones de las instituciones de formación [8].

8. Baste recordar los programas de matemáticas y su didáctica en la formación de maestros de la década de los 70, en los que se proponía desarrollar el método de demostración de inducción completa, como "aplicación" del estudio del número natural pero en los que el estudio didáctico del número estaba prácticamente ausente.

– En los que los maestros en formación sólo construyen saberes didácticos, a partir de praxeologías de formación específicas que no incluyen saberes matemáticos concretos [9].

Sin embargo, la especificidad matemático-didáctica del saber profesional del maestro en formación hace necesario el diseño de *procesos de formación* en los que ambos componentes emerjan, si bien no siempre de forma igualitaria.

En el siguiente apartado usaremos este modelo como referencia para deconstruir alguno de los *procesos de estudio de formación* que en la actualidad desarrollamos con nuestros alumnos en la universidad de Jaén.

6. Formación de maestros en la Universidad de Jaén: deconstrucción de un proceso de formación

Según el marco de referencia elaborado previamente, nuestra acción de formación se sitúa en la intersección de dos instituciones didácticas: por un lado, la *educación primaria* española (I_{EP}), en la que en un futuro nuestros alumnos deberían actuar de forma *competente*, y la institución de *formación de profesores* (I_{FM}), la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación de la Universidad de Jaén, en la que *concebimos, expresamos, ponemos en funcionamiento* y *evaluamos procesos de formación* a través de los que nuestros alumnos construyen un saber de naturaleza *matemático-didáctica*, que pretende ser, al mismo tiempo:

– *Fundamental*: en el sentido de constituir el conocimiento de base que les permita comprender las características de la institución I_{EP}, de las disposiciones curriculares, de los libros de texto y de los procesos de estudio escolares.

– *Profesional*: en el sentido de que les capacite para *concebir*, *expresar, poner en funcionamiento* y *evaluar* procesos de estudio en la institución I_{EP}.

Como proceso de estudio, postulamos que es posible estructurar nuestra acción de formación de maestros en términos del "binomio" cuestiones-respuestas, es decir, consideramos que es a partir de todo un proceso de estudio de cuestiones de naturaleza matemático-didáctica como los maestros en formación elaborarán su saber profesional.

Apoyándonos en el modelo de referencia presentado en la fig. 4, el proceso de formación parte del estudio de un conjunto de cuestiones

9. El caso más conocido es el de la materia de Didáctica General que se construye ajena a todo conocimiento específico.

problemáticas propias de la formación de maestros. A modo de ejemplo, nos centraremos en una cuestión crucial amplia, que permite la emergencia de un vasto *tipo de tareas problemáticas de formación* (T_{FM}):

C_{FM}: Cuestión generatriz en FM en Educación Primaria

¿Cómo generar situaciones-problema en la Escuela Primaria para que los alumnos de este nivel construyan con *sentido* y *funcionalidad* los conocimientos matemáticos y éstos aparezcan como solución óptima de problemas reales (origen de sus *razones de ser*)?

Aunque este problema es ciertamente un problema de investigación, esto no supone que exista una confusión entre *problemas de investigación* (problemas didácticos), *problemas del profesor* (problemas docentes) y *problemas de formación del profesorado*, sino que manifiesta explícitamente la dialéctica que debe existir entre estos dominios. Así, si bien es cierto que esta cuestión problemática ha sido abordada desde la investigación y lo sigue siendo en la actualidad, generando un amplio campo de saber matemático-didáctico (baste recordar la gran cantidad de tesis doctorales e investigaciones desarrolladas en el marco de la TSD o, en menor medida, en el marco de la TAD en este dominio), también se acomete desde la formación de maestros con objeto de *dotar de sentido* al estudio de los saberes matemático-didácticos en las instituciones de formación.

Particularizada para el caso de la construcción del número y de la numeración, la cuestión C_{FM} se puede expresar de la siguiente forma:

$(C_{FM})|_{\text{Número y Numeración}}$

¿Cómo generar, expresar, poner en funcionamiento y evaluar situaciones-problema en la Escuela en las que el número (y la numeración) no sea simplemente “mostrado”, sino que aparezca como solución óptima a problemas reales?

Esta cuestión es suficientemente amplia y con poder generador adecuado para construir un conjunto de organizaciones matemáticas y didácticas articuladas entre sí.

En nuestra práctica de formación, esta cuestión nuclear la desglosamos en dos grandes tipos de cuestiones problemáticas, que dan lugar a dos procesos de formación no disjuntos:

– **$FM_{M\text{-}d}$**: Formación MATEMÁTICO-didáctica: genera procesos de estudio que permiten la construcción de praxeologías matemáticas OM_{EP} (que incluyen la búsqueda e identificación de las *razones de ser* del número y la numeración).

– **$FM_{m\text{-}D}$**: Formación matemático-DIDÁCTICA: desarrolla una actividad de estudio que conduce a la generación de todo un dominio de praxeologías didácticas OD_{EP} que permiten la "reconstrucción" de estos saberes matemáticos en la escuela primaria.

Estos dos procesos de formación se apoyan, articulan y fortalecen mutuamente, no pudiendo vivir ninguno de ellos de forma independiente del otro, sino en activa y profunda dialéctica, ya que en ambos se encuentran las verdaderas *razones de ser* del proceso global de formación que organiza los pares (OM_{EP}, OD_{EP}) y que manifiesta la *codeterminación* existente entre lo matemático y lo didáctico (fig. 5). Podemos afirmar que así como lo "matemático es denso en lo didáctico", también la Formación de Profesores en didáctica de las matemáticas constituye otro corpus denso con los anteriores. No se puede construir, avanzar, desarrollar, si no está "en densidad" con ellos, porque lo matemático no existe en ninguna institución sin lo didáctico, es decir, sin las condiciones de su emergencia, desarrollo, utilización y difusión.

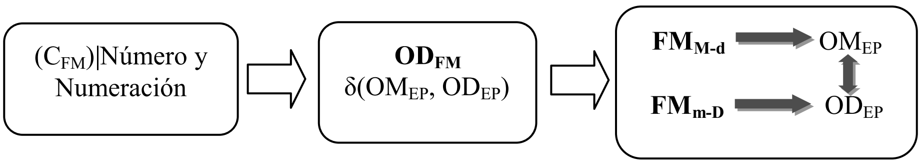

Figura 5. Un proceso de formación.

6.1. Procesos de formación matemático-didácticos ($FM_{M\text{-}d}$)

Podemos identificar estos procesos de formación como aquellos que se generan a partir de un cuestionamiento MATEMÁTICO-didáctico.

Estos procesos de formación, diseñados bajo el modelo de *procesos de estudio* (estructurados en diferentes *"momentos de estudio"*[10]), permiten a los alumnos-maestros la construcción de un saber matemático *motivado* en torno al número y a los sistemas de numeración, esto es, dan lugar a la

10. Según la TAD, los momentos de estudio son: primer encuentro con OM, exploración, trabajo de la técnica, elaboración de un entorno tecnológico-teórico, institucionalización, evaluación.

construcción de una parte de las *matemáticas para la enseñanza* (Cirade, 2006) en la educación primaria.

A modo de ejemplo, algunas de las cuestiones que proponemos a nuestros alumnos-maestros que forman parte de todo un cuestionamiento MATEMÁTICO-didáctico y que permiten la emergencia de procesos de estudio de OM son, entre otros:

– ¿Cómo determinar el cardinal de un conjunto finito?

– ¿Cómo representar de forma sencilla y económica el cardinal de un conjunto finito?

– ¿Cómo determinar la posición de un objeto en una seriación finita?

– ¿Cómo expresar los números naturales mediante una representación escrita que sea un instrumento útil de la aritmética elemental?

– ¿Qué propiedades y características especiales tiene nuestro Sistema de Numeración (posicional completo en base 10) para que se haya impuesto de manera absoluta sobre todos los que han existido a lo largo de la historia y que han coexistido durante muchos siglos?

Es importante señalar cómo la *relatividad institucional* determina el proceso de estudio que estas cuestiones generan, o podrían generar. Así, en la institución I_{EP}, cuestiones como las tres primeras dotan de *sentido* a la construcción del número como *memoria de la cantidad* y/o como *memoria de la posición* en la educación primaria. Sin embargo, las siguientes no tienen cabida en esta institución I_{EP}, ya que la aritmética se construye de forma casi indisoluble del sistema de numeración decimal. Pero en la institución I_{FM}, los maestros en formación, siendo *usuarios* expertos del número en su aspecto cardinal y ordinal, así como del sistema de numeración decimal (esto es, del *bloque práctico* de estas praxeologías), sin embargo adolecen de una fuerte transparencia y naturalización en cuando a sus *razones de ser* (por ejemplo, las diferentes funciones del número o del sistema de numeración decimal como culmen de un proceso histórico-cultural de optimización en los sistemas de representación). En consecuencia, en la institución de formación de maestros I_{FM} juegan más un papel de cuestionamiento tecnológico que de desarrollo de una *praxis* matemática.

Postulamos que esta característica es común a la mayoría de los saberes matemáticos de la educación primaria en la formación de maestros. Su cuestionamiento tecnológico será el que permita a los alumnos-maestros dar sentido a un *uso funcional* y *motivado*, es decir, a encontrar sus verdaderas *razones de ser,* y esto nos conduce de nuevo a la necesaria construcción, en las instituciones de formación de maestros, de las *matemáticas para la enseñanza* identificadas por Cirade (2006).

Volviendo a nuestra acción de formación y en relación con el bloque: Número-numeración, aunque no es posible explicar en este trabajo con detalle el conjunto de praxeologías de *complejidad creciente* que nuestros alumnos en formación desarrollan, sí indicamos que se elaboran fundamentalmente dos procesos: [11]

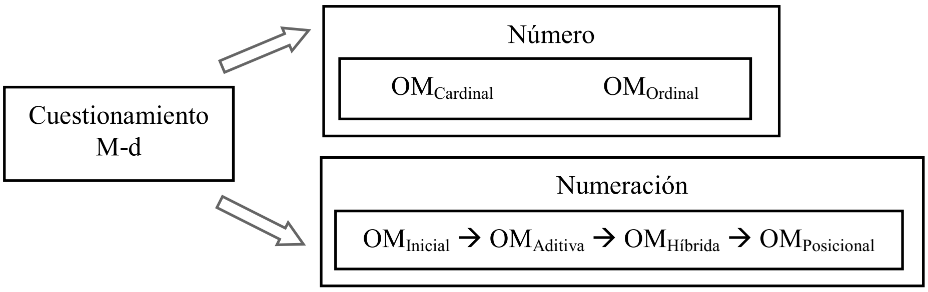

Figura 6. Cuestionamiento M-d.

Uno nos permite la construcción de praxeologías en torno al número (en su aspecto cardinal y ordinal) y otro de praxeologías relativas a la numeración. Cabe señalar que, para el caso de la numeración, el proceso de estudio construido usa como motor generativo las limitaciones de los sistemas de numeración más primitivos, tanto a la hora de representar la cantidad de forma económica como a la hora de realizar operaciones aritméticas, para *evolucionar*, desde los sistemas primitivos icónicos hacia sistemas *aditivos*, luego *híbridos* y finalmente *posicionales*.

6.2. Procesos de formación matemático-didácticos ($FM_{m\text{-}D}$)

Elaboramos un cuestionamiento en el que enfatizamos lo didáctico frente a lo matemático con objeto de establecer una relación dialéctica con las organizaciones matemáticas. A partir de ellas, y de los procesos de estudio vividos por los maestros ($FM_{M\text{-}d}$), es de donde surgen las cuestiones

11. Remitimos al lector a la tesis doctoral de Sierra (2006) donde están explicadas con todo detalle las OD elaboradas y los procesos de estudio seguidos.

generatrices pertinentes para desarrollar procesos de estudio escolares del número y de la numeración.

En este punto, usamos la amplia investigación desarrollada en marco de la TSD en el dominio del número y de la numeración. Como ya comentamos en el apartado 5.2, consideramos que los procesos de estudio diseñados en términos de situaciones fundamentales constituyen pares optimizados de (OM, OD) pertinentes para la formación de maestros.

Según la cuestión principal C_{FM}, nos preguntamos: ¿a partir de qué cuestiones se pueden construir con sentido procesos de estudio en I_{EP} que incluyan las *razones de ser* de las OM que se desean construir?

Que, en el caso de los procesos formativos en torno al número y la numeración, se concreta, entre otras, en cuestiones del tipo:

– Dada una colección, ¿qué podemos hacer para construir/obtener otra colección que tenga tantos elementos como la primera, en ausencia de ésta?
– Dada una única colección en dos momentos diferentes o en dos posiciones diferentes, ¿cómo podemos determinar si se trata de la misma colección?
– Dadas dos colecciones, ¿cómo determinar cuál de las dos tiene más elementos, cuando ambas colecciones no las podemos ver simultáneamente?
– "Tenemos un emisor y un receptor. El emisor dispone de una colección de objetos, que no puede ver el receptor. ¿Cómo debe el emisor enviar un mensaje escrito al receptor para que éste le traiga una colección equipotente a la inicial (por ejemplo, para emparejar vasos con cucharillas)?".
– ¿Cómo recordar la posición de un objeto en una sucesión ordenada?
– Dada una colección, ¿cómo comunicar a una persona que no la ve, la posición de un determinado objeto de dicha colección?

A partir de un amplio dominio de cuestiones como las anteriores construimos un cuestionamiento matemático-DIDÁCTICO que podemos describir como:
– Una *praxis* configurada por tareas y técnicas didácticas de formación, tales como análisis de producciones de los alumnos, determinación de errores y análisis de estrategias, análisis de transcripciones y vídeos para la identificación de fenómenos didácticos, determinación de obstáculos (epistemológicos, ontogenéticos, didácticos), análisis de transposición didáctica en manuales escolares, apuntes de alumnos, discurso del profesor, diseño y generación de situaciones: ingeniería didáctica [12], tareas de análisis

12. Ha existido un *dispositivo de formación de maestros* muy significativo para la comunidad científica y para los formadores de maestros en didáctica de las matemáticas que se ha basado

a priori y *a posteriori*, construcción de situaciones a-didácticas (acción, formulación, validación…), etc.
– Un *bloque tecnológico-teórico* configurado por saberes propios de las teorías fundacionales de la didáctica de las matemáticas, como son la TSD, la TD, la TCC, o la TAD.

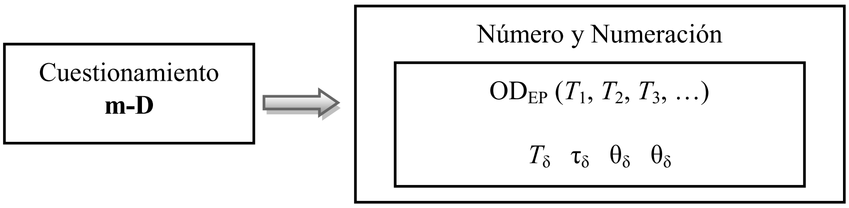

Figura 7. Cuestionamiento m-D.

6.3. Elementos de nuestra praxeología de formación

El *proceso de formación* que acabamos de esbozar, en torno al número y a la numeración, constituye nuestra praxeología didáctica en la institución de formación de la Universidad de Jaén.

Apoyándonos en el modelo de referencia elaborado previamente para los procesos de formación (ver figura 7), observamos que tiene su origen en el estudio de un conjunto de cuestiones o tareas problemáticas propias de la formación de maestros (T_{FM}). Este modelo nos permite poner de manifiesto la dialéctica que existe entre dos tipos de cuestiones problemáticas:
– Aquellas que dotan de sentido al estudio de los saberes matemáticos en la EP, germen de OM_{EP} y de procesos de estudio OD_{EP}. Por ejemplo:

C_1: ¿Cómo representar de forma sencilla y económica el cardinal de un conjunto finito?

C_2: Dada una colección, ¿qué podemos hacer para construir u obtener otra colección que tenga tantos elementos como la primera, en ausencia de ésta?

C_3: Dadas dos colecciones, ¿cómo determinar cuál de las dos tiene más elementos cuando ambas colecciones están alejadas?

– Aquellas que generan las razones de ser y los procesos de formación de pares (OM_{EP}, OD_{EP}) en las instituciones de formación.

C_{FM} : Cuestión generatriz en FM

---

en la *metodología de ingeniería didáctica* en tanto que sistema dinámico de análisis de los efectos de la acción didáctica y para el control de las decisiones didácticas.

> ¿Cómo generar, expresar, poner en funcionamiento y evaluar situaciones-problema en la escuela en las que el número (y la numeración) no sea simplemente "mostrado", sino que aparezca como solución óptima a problemas reales?

Sin duda, la segunda está fundamentada en la primera aunque no es una copia literal. Es decir, la problemática de la formación de maestros es una *transposición institucional* de la problemática escolar [13] y, en particular, de las cuestiones problemáticas que la legitiman y le dan su *razón de ser*. De esta forma, consideramos que se abre una vía de acceso a la problematización de la noción de *formación por analogía* que, de manera bastante transparente, regula gran parte de los procesos de formación de maestros en muchas instituciones de formación.

A partir de estas cuestiones problemáticas, los maestros en formación construyen un conjunto de praxeologías matemáticas y didácticas articuladas entre sí, que sintetizamos en el siguiente esquema (ver figura 8).

Un segundo hecho que el *modelo de referencia* propuesto permite poner en evidencia, en relación con nuestras *praxeologías de formación*, es el papel que desempeñan los elementos tecnológicos. De nuevo se establece una dialéctica, que no una reproducción, entre tres tipos de *logos*:

– El *logos* de las praxeologías matemáticas escolares.
– El *logos* de las praxeologías didácticas escolares.
– El *logos* de las praxeologías de formación.

En el caso concreto de nuestra acción de formación, éste último contiene, de un lado, la transposición a la institución FM del *logos* matemático sabio en torno al número y a la numeración (con elementos comunes, pero otros diferentes a la transposición que de éste se hace en la educación primaria) y, de otro lado, ciertos elementos de las *teorías fundacionales* de la didáctica de las matemáticas, que también son los que explican y justifican las praxeologías didácticas escolares propuestas para ser estudiadas. Así, por ejemplo, la TSD (o en su caso la TAD), juega un doble papel tecnológico en la formación de maestros, como saber que es de un doble sistema: el sistema didáctico y el sistema de formación de maestros. Como *logos* del primero, controla, explica, justifica y produce la *praxis* didáctica del maestro de la escuela primaria. Como *logos* del segundo,

13. Los alumnos de la escuela primaria tendrán un primer encuentro en situación, a diferencia de los alumnos-maestros en las instituciones de formación, que tendrán un "encuentro cultural-mimético" con las tareas problemáticas.

controla, explica, justifica y produce, en parte, la *praxis* de la formación de maestros.

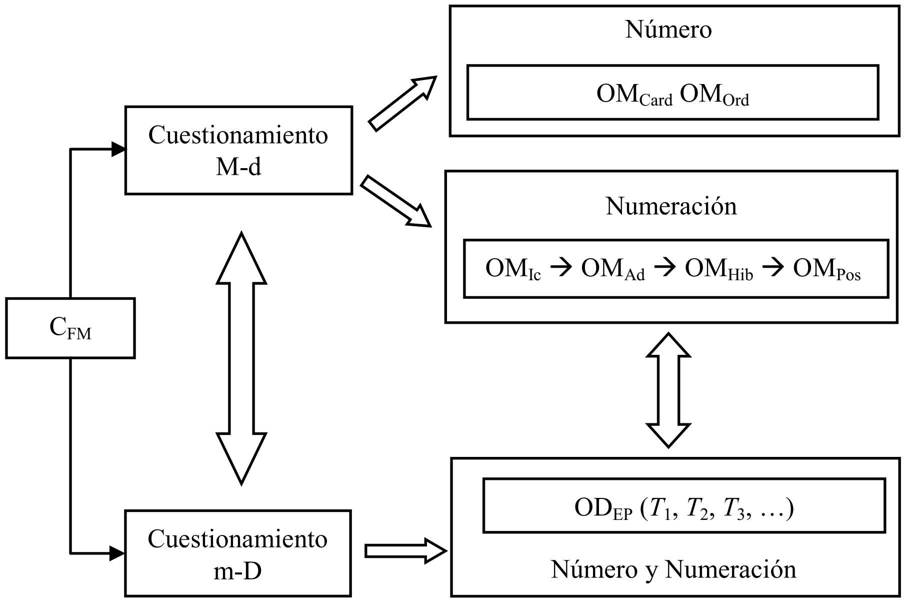

Figura 8. Estructura general del proceso de formación.

Esta deconstrucción y dialéctica entre los *logos* nos devuelve de nuevo al problema C_E tratado en el apartado 4: ¿Cuál es el modelo epistemológico de referencia para describir el conocimiento matemático-didáctico del alumno-maestro en formación?

Obviamente no disponemos de una respuesta definitiva a esta cuestión, pero la deconstrucción del proceso de formación nos lleva a formular la hipótesis de que este saber debe ser una intersección de:

– transposiciones didácticas de praxeologías matemáticas en la institución de FM y

– saberes nucleares de la didáctica de las matemáticas articulados entre sí en función de los procesos de estudio escolares de las OM [14] que estos saberes didácticos permiten poner en práctica y justifican.

Que la formación de maestros debe contener esta mezcla de saberes matemáticos y didácticos es bien conocida en las instituciones de formación y en la investigación, e incluso que, tal y como señala Artaud (2007) la

14. De las transposiciones correspondientes de estas OM en la EP.

didáctica de las matemáticas es la ciencia que debe proporcionar el discurso *tecnológico* y, en última instancia, la *teoría* que permita justificar, interpretar y hacer evolucionar la práctica didáctico-matemática que constituye el núcleo de formación de los profesores de matemáticas. Sin embargo, cómo articular estos saberes matemáticos y didácticos en función de los procesos de estudio y de las organizaciones matemáticas escolares a los que éstos darían lugar en I_{EP} consideramos que es una cuestión aún por explorar. De la misma forma que se sabe que el estudio de *matemáticas puras* no produce en el alumno, por sí solo, la capacidad de su aplicación a situaciones extra-matemáticas (problema de la *transferencia*), de igual forma planteamos la hipótesis de que el estudio de praxeologías matemáticas, por un lado, y de elementos de teorías didácticas, por otro lado, no produce en el alumno-maestro la capacidad de diseñar, expresar, poner en funcionamiento y evaluar procesos de estudio escolares *óptimos*.

7. Desafíos y problemas abiertos

A lo largo de este trabajo, nos hemos aproximado al difícil problema de la formación de los maestros de matemáticas, aportando las respuestas ofrecidas desde espacios estrictamente "noosferianos" (políticos, educativos, profesionales, etc.) hasta aquellas que son producto de rigurosas investigaciones. También hemos constatado que aún existen múltiples problemas abiertos que desafían de manera especial al dominio de la didáctica de las matemáticas como campo de conocimiento científico. En lo que sigue señalaremos algunos que consideramos especialmente significativos:

7.1. Problemas relativos al currículum escolar de la escuela primaria

Como se ha mostrado en nuestro trabajo, el SFM está en mutua dependencia con el SEM; en consecuencia, los problemas derivados de los contenidos, estructura y funcionamiento del currículum matemático escolar se deben considerar también inherentes a la formación de maestros.

¿Cómo construir un currículum de matemáticas para la escuela primaria en el que figure todo un cuestionamiento que refleje la apertura de la escuela a la vida (necesidades matemáticas de nuestro mundo) y los usos extramatemáticos de las matemáticas y en el que los saberes matemáticos constituyan respuestas necesarias y útiles socialmente?

¿Qué cuestiones y qué tipo de respuestas no deberían estar ausentes de la escolaridad obligatoria?

Una posible solución, que la investigación debe aún desarrollar, consiste en plantear el objetivo de la enseñanza de las matemáticas a partir de una serie de *recorridos de estudio e investigación* que permitan dar respuesta a un conjunto de cuestiones, consideradas cruciales por la sociedad, que puedan vivir en la escuela (aunque exija con toda seguridad modificar su hábitat generando nuevos dispositivos para el proceso de estudio de las matemáticas). Se trata de un importante desafío a la investigación en didáctica.

¿Cómo diseñar OD que permitan articular el currículum de matemáticas tanto entre los temas y áreas de una misma etapa como entre las diferentes etapas educativas?

El problema de la desarticulación de la matemática escolar constituye un verdadero desafío a la profesión docente y es en la actualidad un amplio dominio de investigación en didáctica de las matemáticas.

7.2. La naturalización de las entidades matemáticas que están presentes en la escuela primaria

Existe un problema importante en torno a la *ilusión de naturalidad* con la que los alumnos-maestros consideran los saberes matemáticos que integran el currículum de la escuela primaria, lo que les conduce a pensar que los conocimientos matemáticos existen sin más, olvidando que estas entidades son construcciones humanas y son fruto de una intención, donde encuentran su motivación (sus *razones de ser*).

Encontrar las *razones de ser* de una noción, de una teoría, no es algo simple, muy al contrario, como señala Cirade (2006), motivar el saber en el plano epistemológico es una tarea compleja que contrasta con una de las plagas que asola a la enseñanza actual: la falta de motivación de los saberes enseñados. Chevallard (2004) y Cirade (2006) señalan que existe una verdadera *amnesia matemática* en relación con las *razones de ser* de los saberes matemáticos a enseñar, por ello desde las instituciones de formación de maestros se debe realizar un serio esfuerzo de anamnesis matemática.

7.3. La sujeción de la didáctica de las matemáticas al modelo epistemológico dominante en las instituciones docentes

La didáctica de las matemáticas y el didacta deben emanciparse, liberarse de las ideologías dominantes en relación con la forma de organizar el estudio de las matemáticas y, en particular, su enseñanza y aprendizaje escolar. Esto, según señala Chevallard (2006), supone cuestionar muy seriamente los modelos docentes espontáneos que se sustentan en modelos epistemológicos "ingenuos".

7.4. Difusión de las praxeologías didácticas en las instituciones sociales y, en particular, en la institución escolar

Existe realmente un problema en relación con la adecuada y eficaz difusión de las organizaciones didácticas producidas como resultados de investigación tanto en la TSD como en la TAD. Investigaciones como las de Sierra (2006) así lo señalan: asignar a la actividad didáctica, de ayuda al estudio de las matemáticas, una estructura praxeológica y descomponerla en tipos de tareas didácticas, técnicas didácticas y tecnologías y teorías didácticas, ¿puede ayudar a formular un programa de formación del profesorado de matemáticas y, en consecuencia, favorecer (o dificultar), a largo plazo, la difusión escolar de las praxeologías didácticas?

¿Qué tipo de factores dificultan la difusión escolar de las organizaciones didácticas generadas tanto por la TSD como por la TAD?

¿Cuáles son las restricciones matemáticas, didácticas y culturales que dificultan el desarrollo de recorridos de estudio e investigación como los propuestos en los trabajos de García (2005), Rodríguez (2005) o Sierra (2006)?

¿En qué sentido y en qué medida, la explicitación del MER y de las relaciones de sus componentes con los de las praxeologías didácticas pueden clarificar la dinámica de éstas y favorecer (o dificultar) su difusión escolar?

7.5. Las reformas profesionales y los planes de formación inicial del profesorado de matemáticas propuestos institucionalmente desde el *generalismo pedagógico*

La didáctica de las matemáticas, como área de conocimiento científico, debe cuestionar las propuestas de formación que no estén validadas científicamente y asumir bajo su responsabilidad, como un serio e ineludible dominio de investigación, el configurado por los múltiples problemas didáctico-matemáticos que conlleva la formación de los profesores de matemáticas.

7.6. El bajo nivel de conocimientos matemáticos que, en la actualidad, tienen nuestros alumnos en formación

Los alumnos que acceden a los estudios de maestro en la universidad de Jaén, en sus diferentes especialidades, tienen en general un nivel muy bajo de conocimientos matemáticos, provienen normalmente de bachilleratos de "letras" y de algunas ramas de formación profesional. Este déficit hace muy costoso y, en ocasiones, imposible, abordar cuestionamientos relativos a las *razones de ser* de los conocimientos escolares que requieran movilizar cierto tipo de técnicas y tecnologías matemáticas, aun aquellas de carácter muy elemental. Si a esto unimos la gran masificación del alumnado (clases con más de 200 alumnos por grupo) que existe en la actualidad en nuestra universidad, las actividades de estudio e investigación se hacen costosísimas.

Responder a todos estos desafíos requerirá, obviamente, un enorme esfuerzo colectivo de la comunidad de investigadores en didáctica de las matemáticas. Incluso es posible que alguno de estos problemas no sean abordables en el estado actual de desarrollo de nuestra disciplina. Pese a ello, no podemos dejar de constatarlos y proponerlos como horizonte al que deberían tender nuestros trabajos en el futuro.

El problema de la formación de los profesores (maestros de matemáticas), como problema de *ecología praxeológica* (Chevallard, 2006) no es ni un problema "administrativo" ni un problema "pedagógico"; es un importante problema de investigación en didáctica de las matemáticas. Bien es verdad que la investigación nos ofrece, como hemos mostrado, respuestas válidas, eficaces y rigurosas, pero nos aguardan muchos más desafíos.

Referencias

Artaud, M. (2007). La TAD comme théorie pour la formation des professeurs. Structures et fonctions. En L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. J. García (Eds.), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)* (pp. 241-259). Jaén, España: Publicaciones de la Universidad de Jaén.

Barquero, B., Bosch, M. & Gascón, J. (2007). La modelización matemática como instrumento de articulación de las matemáticas del primer ciclo universitario de ciencias. Estudio de la dinámica de poblaciones. En L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. J. García (Eds.), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)* (pp. 573-594). Jaén, España: Publicaciones de la Universidad de Jaén.

Bolea, P. (2002). *El proceso de algebrización de organizaciones matemáticas escolares* (Tesis doctoral). Universidad de Zaragoza, España.

Brousseau, G. (1987). Les différents rôles du maître. *Actes du XIV^{e} colloque inter-IREM* (pp. 37-70). Nantes: IREM.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La Pensée sauvage.

Chamorro, C., Gascón, J. y cols. (2005). *Conclusiones de la reunión de trabajo sobre la situación actual y las necesidades en el currículo y en la formación de profesorado de matemáticas*. Documento no publicado, Instituto de Técnicas Educativas (ITE) y Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).

Chevallard, Y. (1991) *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée sauvage. (Edición original 1985)

Chevallard, Y. (2003, marzo). Didactique et formation des enseignants. *Journées d'études INRP-GÉDIAPS, Vingt ans de recherche en didactique de l'Éducation Physique et Sportive à l'INRP (1983-2003)*, París. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=63

Chevallard, Y. (2004, mayo). Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. *Journées de didactique comparée 2004*, Lyon. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=45

Chevallard, Y. (2005, septiembre). La didactique dans la cité avec les autres sciences. *Symposium de didactique comparée « Généricité et spécificité didactiques », Journées 2005 du Réseau éducation formation (REF)*, Montpellier. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=65

Chevallard, Y. (2006, octubre). Les mathématiques à l'école et la révolution épistémologique à venir. *Journées 2006 de l'APMEP*, Clermont-Ferrand. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=110

Cirade, G. (2006). *Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel* (Tesis doctoral). http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00120709/fr/

Crespo, R., González, S., Guerrero, S., De León, M., Recio, T., Socas, M. & Zuazua, E. (2002). *Sobre la situación de la enseñanza de las Matemáticas*. Comisión de Educación de la Real Sociedad Matemática Española.

http://www.rsme.es/comis/educ/comision.pdf

Fonseca, C. (2004). *Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la secundaria y la universidad* (Tesis doctoral). Universidad de Vigo, España.

García, F. J. (2005). *La modelización como herramienta de articulación de la matemática escolar. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales* (Tesis doctoral). Universidad de Jaén, España.

Gascón, J. & Bosch, M. (2007). La miseria del "generalismo pedagógico" ante el problema de la formación del profesorado. En L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. J. García (Eds.), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)* (pp. 201-240). Jaén, España: Publicaciones de la Universidad de Jaén.

Houdement, C. (1995). *Projet de formation des maîtres du premier degré en mathématiques : programmation et stratégies* (Tesis doctoral). Universidad Paris 7.

Kuzniak, A. (1994). *Étude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré* (Tesis doctoral). Universidad Paris 7.

Ministerio de Educación y Ciencia (2003). *Symposium sobre la teoría y práctica de la innovación en la formación y el perfeccionamiento del profesorado*. Madrid: Autor.

Neyret, R. (1995). *Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants : nombres décimaux, rationnels, réels dans les IUFM* (Tesis doctoral). Universidad de Grenoble.

Peltier-Barbier, M. L. (1995). *La formation initiale en mathématiques des professeurs d'école : « entre conjoncture et éternité »* (Tesis doctoral). Universidad Paris 7.

Portugais, J. (1995). *Didactique des mathématiques et formation des enseignants* (Tesis doctoral). Universidad de Ginebra, Suiza.

Rodríguez, E. (2005). *Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico* (Tesis doctoral). Universidad Complutense de Madrid.

Ruiz, N., Bosch, M. & Gascón, J. (2007). Modelización funcional con parámetros en un taller de matemáticas con WIRIS. En L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. J. García (Eds.), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico*

(TAD) (pp. 677-702). Jaén, España: Publicaciones de la Universidad de Jaén.

Sierra, T. (2006). *Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas. Los sistemas de numeración y la medida de magnitudes continuas* (Tesis Doctoral). Universidad Complutense de Madrid.

Vergnaud, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, *10*(2-3), 133-170.